

1 主题内容与适用范围

本标准规定了平面度误差测量的术语定义、评定方法、测量方法和数据处理方法。

本标准适用于机械工业产品中零件要素的平面度误差测量。

本标准是对 GB 1958 中平面度误差测量的具体规定。

2 引用标准

GB 1183 形状和位置公差 术语及定义

GB 1958 形状和位置公差 检测规定

GB 11336 直线度误差检测

3 术语及定义

3.1 理想平面 ideal plane

具有几何学意义的平面。

3.2 实际平面 real surface

零件上实际存在的平面。

3.3 测得平面 measured surface

测量得到的平面。

注：在评定平面度误差时，用测得平面代替实际平面。

3.4 平面度误差 departure from flatness

实际平面对其理想平面的变动量，理想平面的位置应符合最小条件。

3.5 平面度最小包容区域 minimum zone of flatness

包容实际平面，且具有最小宽度的两平行平面之间的区域。

3.6 平面度误差值 value of departure from flatness

用平面度最小包容区域的宽度 f 表示的数值，见图 1。

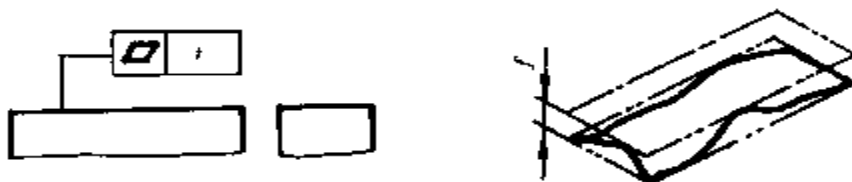


图 1

3.7 测量基准 reference plane for measurement

在测量过程中，获得测量值的参考面。

3.8 评定基面 reference plane for assessment of departure from fiatness

评定平面度误差的理想平面。

3.8.1 最小区域面 S_{MZ} minimum zone plane

构成平面度最小包容区域的两平行理想平面之一。

3.8.2 最小二乘中心平面 S_{LS} least squares mean plane

使实际平面上各点到该平面的距离平方和为最小的理想平面。

3.8.3 对角线平面 S_{DL} diagonal plane

通过实际平面一条对角线上的两个对角点，且平行于另一条对角线的理想平面。

3.8.4 三远点平面 S_{TP} three points plane

通过实际平面上相距较远的三个点的理想平面。

3.9 极点 extreme points

在最小包容区域面上的测得点。

4 评定方法

平面度误差的评定方法有：最小包容区域法、最小二乘法、对角线平面法和三远点平面法。其中最小包容区域法的评定结果小于或等于其他三种评定方法。

4.1 最小包容区域法及其判别法

4.1.1 最小包容区域法

以最小区域面 S_{MZ} 作为评定基面的方法，按此方法求得平面度误差值 f_{MZ} ，见图 2。

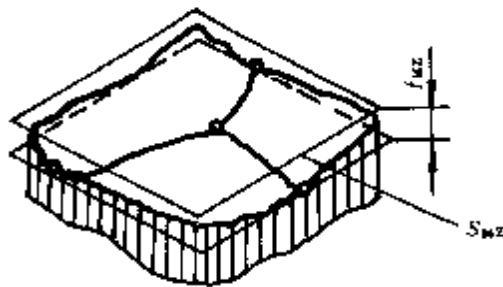


图 2

$$f_{MZ} = f = d_{\max} - d_{\min} \dots\dots\dots (1)$$

式中： $d_{\max}$ 、 $d_{\min}$ ——各测得点相对最小区域面 S_{MZ} 的最大、最小偏离值。

d_i 在 S_{MZ} 上方取正值，下方取负值。

4.1.2 最小包容区域判别法

由两平行平面包容实际表面时，至少有三点或四点与之接触，有下列三种准则：

(1) 三角形准则：三个高极点与一个低极点（或相反），其中一个低极点（或高极点）位于三个高极点（或低极点）构成的三角形之内或位于三角形的一条边线上，见图 3。



图 3

(2) 交叉准则：成相互交叉形式的两个高极点与两个低极点，见图 4。



图 4

(3) 直线准则：成直线排列的两个高极点与一个低极点（或相反），见图 5。



图 5

4.2 最小二乘法

以最小二乘中心平面 S_{LS} 作为评定基面的方法，按此方法求得平面度误差值 f_{LS} ，见图 6。

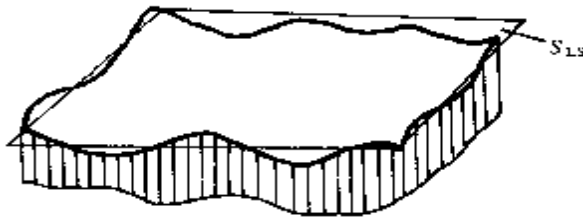


图 6

$$f_{LS} = d_{\max} - d_{\min} \quad \dots\dots\dots (2)$$

式中： $d_{\max}$ ， $d_{\min}$ ——测得点相对最小二乘中心平面 S_{LS} 的最大、最小偏离值。

d_i 在 S_{LS} 上方取正值，下方取负值。

4.3 对角线平面法

以对角线平面 S_{DL} 作为评定基面的方法，按此方法求得平面度误差值 f_{DL} ，见图 7。

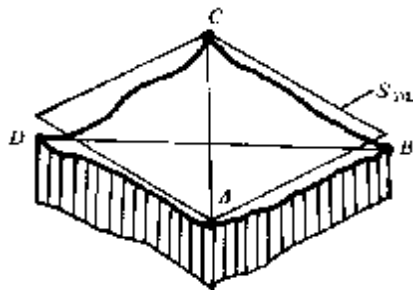


图 7

$$f_{DL} = d_{\max} - d_{\min} \quad \dots\dots\dots (3)$$

式中： $d_{\max}$ ， $d_{\min}$ ——测得点相对对角线平面 S_{DL} 的最大、最小偏离值。

d_i 在 S_{DL} 上方取正值，下方取负值。

4.4 三远点平面法

以三远点平面 S_{TP} 作为评定基面的方法，按此方法求得平面度误差值 f_{TP} ，见图 8。

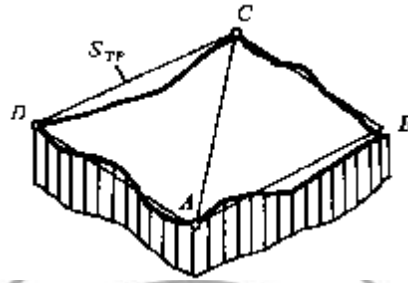


图 8

$$f_{TP} = d_{\max} - d_{\min} \dots\dots\dots (4)$$

式中： $d_{\max}$ ， $d_{\min}$ ——测得点相对三远点平面 S_{TP} 的最大、最小偏离值。

d_i 在 S_{TP} 上方取正值，下方取负值。

5 测量方法

5.1 测量方法分类

本标准中的测量方法按测量原理、测量器具等分类，见图 9。

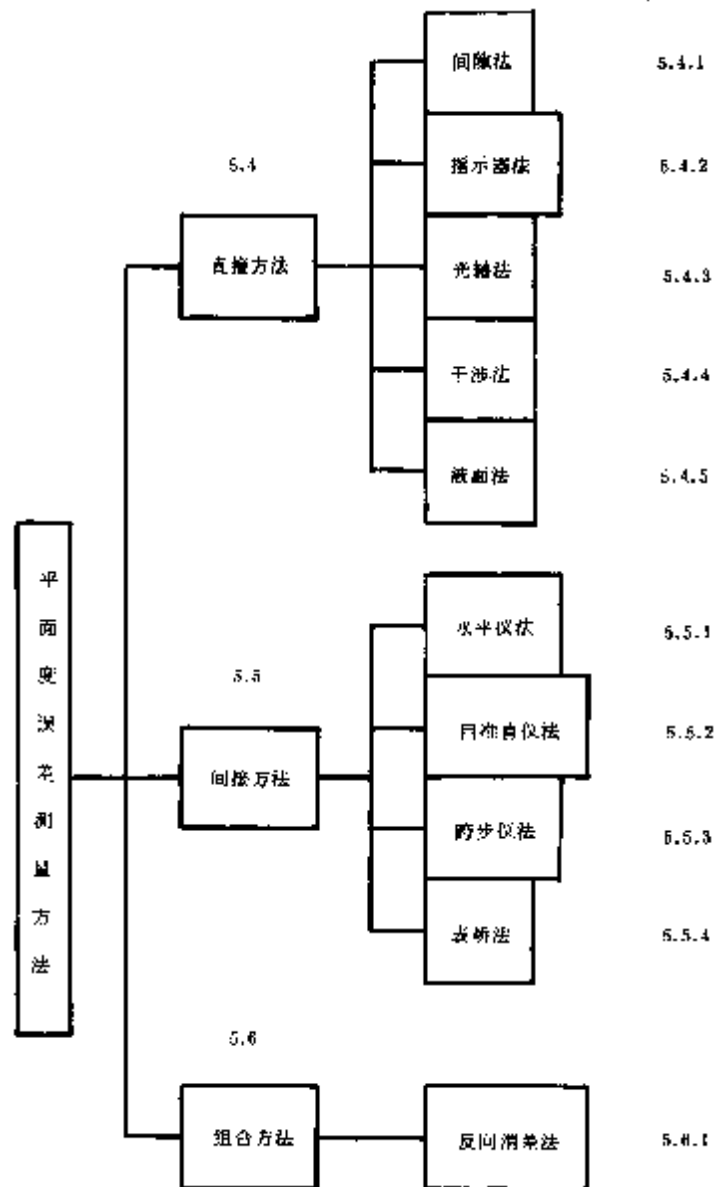


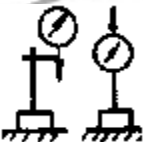
图 9

5.2 常用符号及说明

本标准中所用的各符号及其说明见下表。

序 号	符 号	说 明
1		平板、平台 (或测量平面)
2		固定支承
3		可调支承

续表

序 号	符 号	说 明
4		连续直线移动
5		沿几个方向直线移动
6		指示器或记录器
7		带有指示器的测量架（测量架的符号根据测量设备的用途，可画成其他式样）

5.3 测量布点形式

本节给出了三种常用的测量布点形式，主要适用于间接方法。

测量平面度误差时，除选用这三种测量布点形式之一进行测量外，也可采用其他形式的布点方法。

5.3.1 网格布点

这种布点形式呈封闭的网状形式，其测量顺序如图 10 和图 11 所示。

a. 矩形平面（图 10）

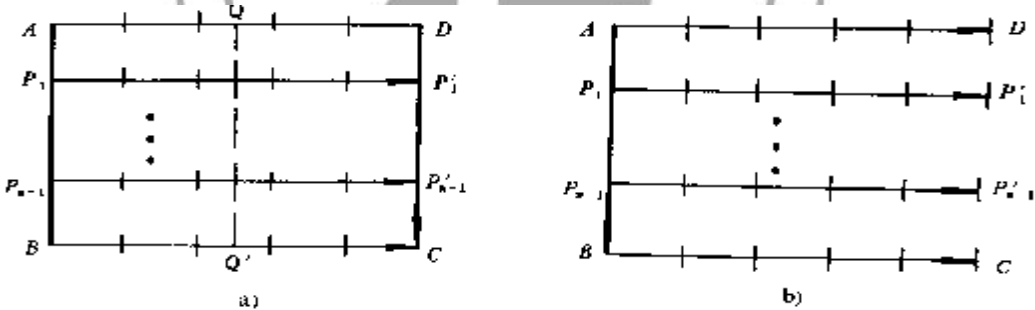


图 10

图 10a) 的测量顺序：

- (1) $A \rightarrow B \rightarrow C$
- (2) $A \rightarrow D \rightarrow C$
- (3) $P_1 \rightarrow P'_1$
- ...
- $P_i \rightarrow P'_i$
- ...
- $P_{n-1} \rightarrow P'_{n-1}$

图 10b) 的测量顺序：

- (1) $A \rightarrow B \rightarrow C$
- (2) $A \rightarrow D$
- (3) $P_1 \rightarrow P'_1$
- ...
- $P_i \rightarrow P'_i$
- ...
- $P_{n-1} \rightarrow P'_{n-1}$

图 10a) 适用于公差等级较高的平面, 图 10b) 适用于公差等级较低的平面。

b. 圆形平面 (图 11)

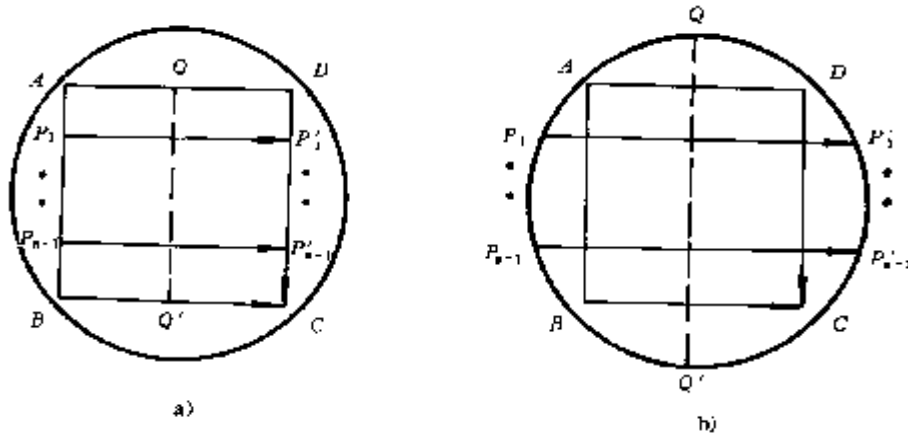


图 11

测量顺序与矩形平面相似, 若需要可从 $ABCD$ 矩形向外延伸布点 (见图 11b))。

说明: 1) 横向测量线 $P_iP'_i$ 的数目可随被测平面的大小及测量精度要求进行增减。

2) 必要时, 可适当增加纵向测量线, 如图 10 和图 11 中的 QQ' 线。

5.3.2 对角线布点

这种布点形式呈封闭的米字形状, 其测量顺序如图 12 和图 13 所示。

a. 矩形平面 (图 12)

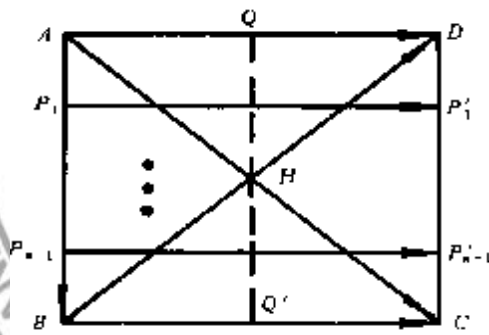


图 12

测量顺序:

(1) $A \rightarrow C$

(2) $B \rightarrow D$

(3) $A \rightarrow B$

(4) $D \rightarrow C$

(5) $A \rightarrow D$

(6) $P_1 \rightarrow P'_1$

...

$P_i \rightarrow P'_i$

...

$P_{n-1} \rightarrow P'_{n-1}$

(7) $B \rightarrow C$

b. 圆形平面 (图 13)

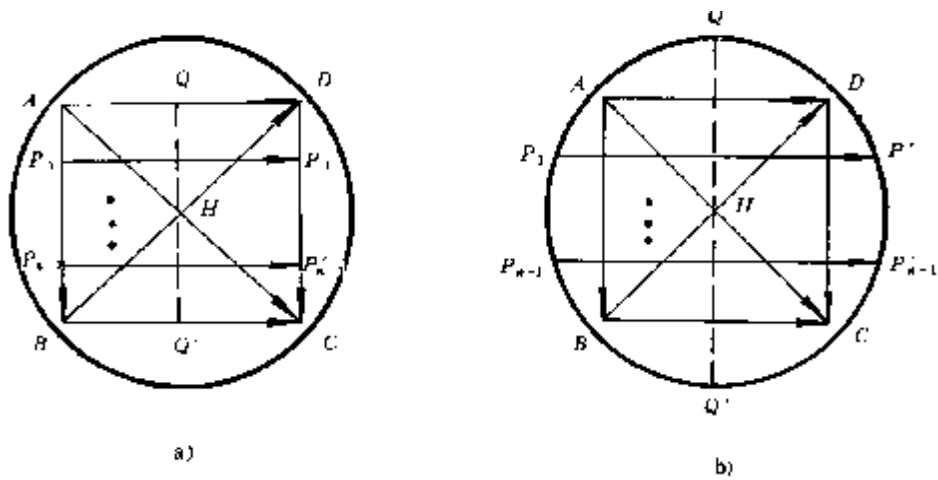


图 13

测量顺序与矩形平面相似，若需要可从 $ABCD$ 矩形向外延伸布点 (见图 13b)。

说明：1) 横向测量线 $P_iP'_i$ 的数目可随被测平面的大小及测量精度要求进行增减。

2) 必要时，可适当增加纵向测量线，如图 12 和图 13 中的 QQ' 线。

3) 对于小平面，可直接简化成图 14 所示的布点形式。

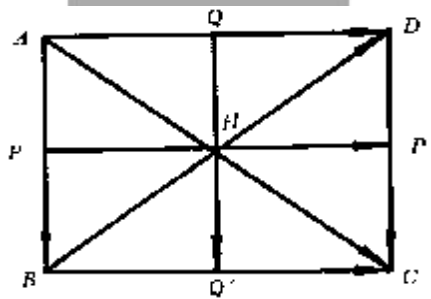


图 14

4) 对角线方向的分段数一般应为偶数。

5.3.3 圆环形平面布点

a. 方式一：圆环布点 (图 15)

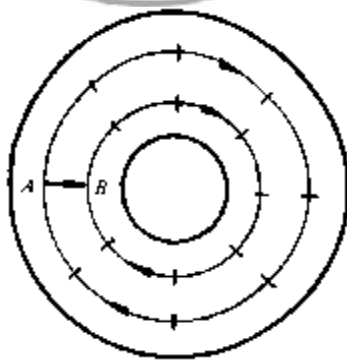


图 15

测量顺序:

- (1) $A \rightarrow A$ 圆环线
- (2) $B \rightarrow B$ 圆环线
- (3) $A \rightarrow B$

b. 方式二: (图 16)

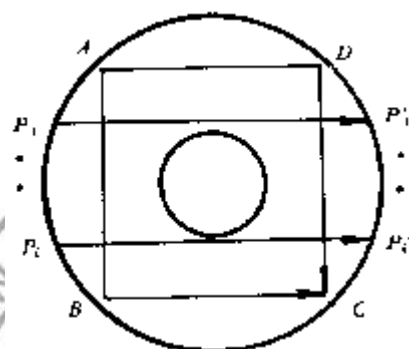


图 16

测量顺序:

- (1) $A \rightarrow B \rightarrow C$
- (2) $A \rightarrow D \rightarrow C$
- (3) $P_1 \rightarrow P'_1$
- ...
- $P_i \rightarrow P'_i$
- ...
- $P_{n-1} \rightarrow P'_{n-1}$

c. 方式三: (图 17)

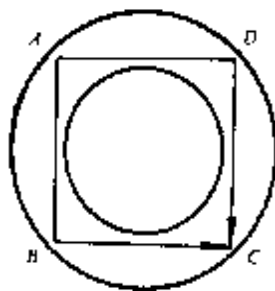


图 17

测量顺序：

(1) $A \rightarrow B \rightarrow C$

(2) $A \rightarrow D \rightarrow C$

注：① 方式一、方式二适用于圆环面较宽的表面，圆环线数目可根据圆环面宽度和测量精度要求进行适当增减，但不能少于两环。

② 方式三适用于圆环面较窄的表面。

③ 圆环布点一般仅适用于用水平仪或与水平仪工作原理相似的仪器进行测量的场合。

5.4 直接方法

通过测量可直接获得测得平面各点坐标值或直接评定平面度误差值的测量方法。

5.4.1 间隙法

5.4.1.1 将被测直线和测量基线间形成的光隙与标准光隙相比较，测量不同方向的若干个截面上的直线度误差，取其中的最大值作为平面度误差近似值的方法，见图 18。

该方法适用于磨削或研磨加工的小平面平面度误差测量。

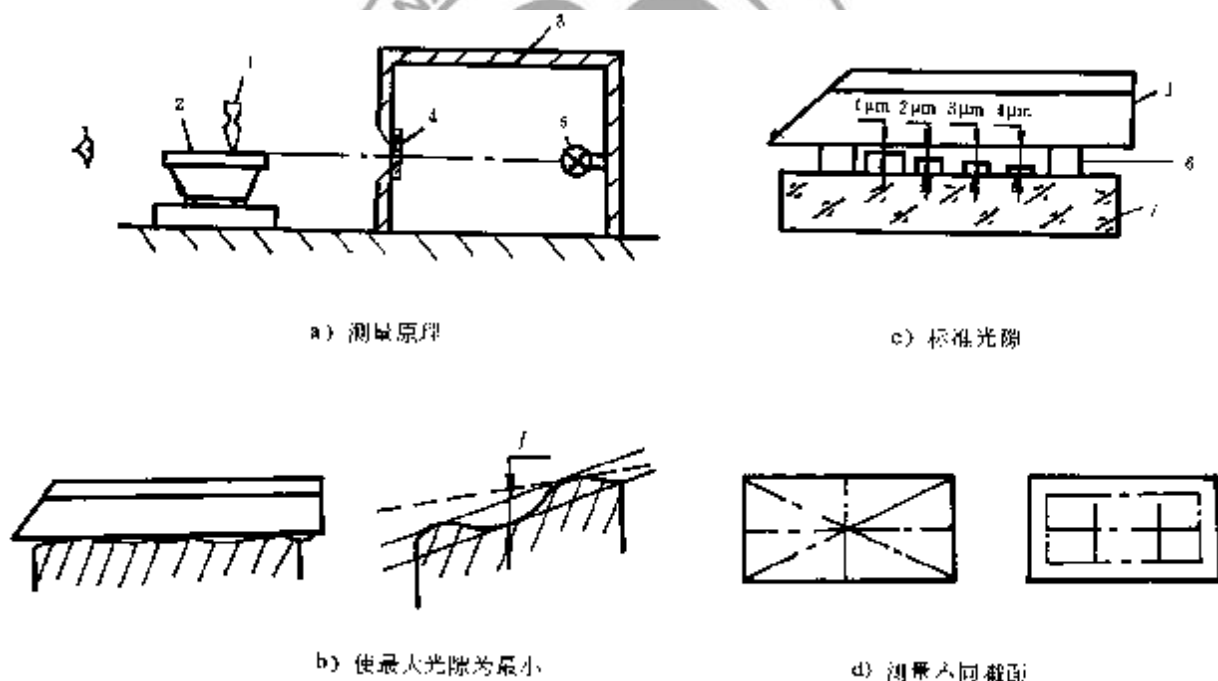


图 18

1—样板直尺；2—被测工件；3—灯光箱；4—毛玻璃；5—光源；
6—量块；7—平晶

测量步骤：

1. 将测量基线与被测直线直接接触，并置于光源和眼睛之间的适当位置，见图 18a)；
2. 调整样板直尺，使最大光隙尽可能最小，见图 18b)；
3. 与标准光源（图 18c)）相比较，估读出单个截面的直线度误差值；
4. 根据被测平面形状，沿多个方向进行测量（图 18d)），取其中的最大值作为被测平面的平

面度误差近似值。

- 注：① 测量基线常用样板直尺（刀口尺）、平尺类量具体现；
 ② 标准光隙由样板直尺、量块和平晶组合产生，见图 18c）；
 ③ 应在相同条件下观察标准光隙和被测工件的光隙。

5.4.1.2 用量块（或塞尺）测量被测直线和测量基线之间的间隙（图 19），测得不同方向上若干截面的直线度误差值，取其中最大值作为平面度误差近似值的方法。

该方法适用于低精度平面的平面度误差测量。

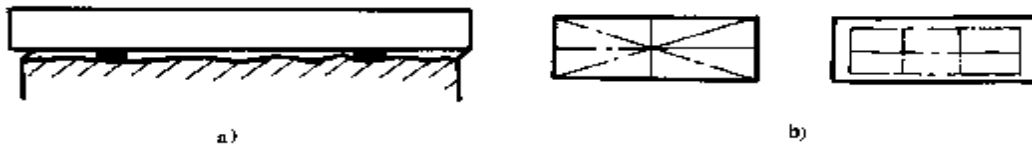


图 19

测量步骤：

1. 将平尺类量具体现的测量基线置于被测直线上，并在离平尺两端约 $\frac{2}{9}l$ (l 为平尺长度) 处垫上等厚量块；
2. 用片状塞规或塞尺直接测出平尺工作面与被测直线之间的距离；
3. 测得的最大距离减等厚量块厚度即为该截面的直线度误差近似值；
4. 根据被测平面的形状，沿多个方向进行测量（图 19b）），取其中最大值作为被测平面的平面度误差近似值。

5.4.2 指示器法

用带指示器的测量装置或坐标测量仪测出被测面相对测量基面的偏离量，进而评定平面度误差值的方法，见图 20。

该方法适用于中、小平面的平面度误差测量。

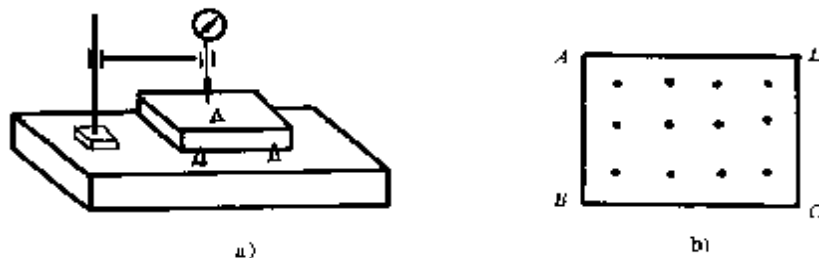


图 20

测量步骤：

1. 将两对角线的角点分别调成等高或大致等高（也可调整任意三远点）；
2. 按一定布点形式（便于数据处理）逐点移动测量装置（或移动工件），同时记录示值 h_i ，即可获得各测量点相对测量基面的坐标值 $Z_{ij}=h_{ij}$ 。

注：① 测量基面常用平板体现，也可用坐标测量仪体现；

② 如两对角线点的示值分别相等，则：

$$f_{DL}=h_{\max}-h_{\min}$$

③ 如任意三远点的示值相等，则：

$$f_{TP}=h_{max}-h_{min}$$

5.4.3 光轴法

以几何光轴建立测量基面，测出被测面相对测量基面的偏离量，进而评定平面度误差值的方法，见图 21。

该方法适用于一般精度大平面的平面度误差测量。

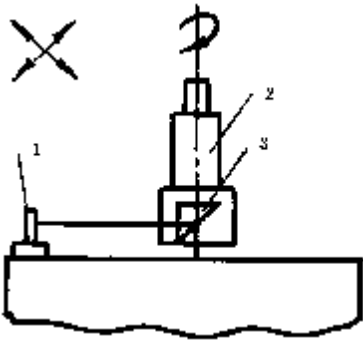


图 21

1—瞄准靶；2—准直望远镜；3—转向棱镜

测量步骤：

- 1. 将两对角线的角点分别调成等高或大致等高（也可调整任意三远点）；
- 2. 按一定布点形式移动瞄准靶逐点测量，同时记录各点示值 h_{ij} ，即可得各测量点相对测量基面的坐标值 $Z_{ij}=h_{ij}$ 。

注：① 测量基面由平面扫描仪形成；

② 如两对角线点示值分别相等，则：

$$f_{DL}=h_{max}-h_{min}$$

③ 如任意三远点的示值相等，则：

$$f_{TP}=h_{max}-h_{min}$$

5.4.4 干涉法

利用光波干涉原理，根据干涉条纹形状、条数来确定平面度误差值的方法，见图 22。

该方法适用于精研表面的平面度误差测量。

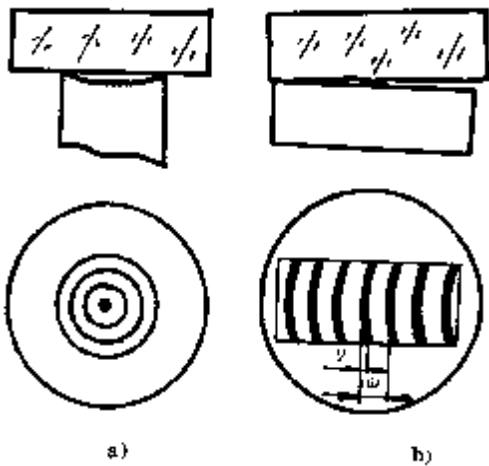


图 22

测量步骤:

1. 将平晶工作面以微小角度逐渐与被测面相贴合;
2. 若被测面内凹或外凸, 出现环形干涉带〔图 22a〕, 则应调整平晶的位置, 使干涉带数为最少, 其平面度误差近似值为:

$$f' = \frac{\lambda}{2} \cdot n \quad \dots\dots\dots (5)$$

式中: n ——环形干涉带数, 其读取原则是以环心的带纹色泽为准, 读取色泽相同的带纹数;
 λ ——光波波长。

如出现一个方向弯曲的干涉条纹〔图 22b〕, 则应调整平晶位置, 使之出现 3~5 条干涉带, 其平面度误差近似值为:

$$f' = \frac{v}{\omega} \cdot \frac{\lambda}{2} \quad \dots\dots\dots (6)$$

式中: v ——干涉带弯曲量;
 ω ——干涉带间距。

5.4.5 液面法

以液体构成的水平面作为测量基面, 测出被测面相对测量基面的偏离量, 进而评定平面度误差值的方法, 见图 23。

该方法适用于大平面的平面度误差测量。

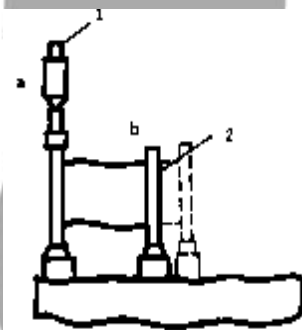


图 23

1—深度千分尺; 2—罐式水平量具

测量步骤:

1. 取罐式水平量具 a , b 在同一位置的示值作为零位示值;
2. 固定量具 a , 按一定布点形式逐点移动量具 b , 将测量示值与零位示值之差 h_{ij} 乘 2 并进行记录, 即获得各测点相对测量基面的坐标值 $Z_{ij} = 2h_{ij}$ 。

注: ① 测量基面由罐式水平量具的水平面体现;

② 如两对角线点的示值分别相等, 则:

$$f_{DL} = 2 (h_{\max} - h_{\min})$$

③ 如任意三远点的示值相等, 则:

$$f_{TP} = 2 (h_{\max} - h_{\min})$$

5.5 间接方法

通过测量不能获得测得直线各点坐标值, 需经过数据处理获得各点坐标值的测量方法。

5.5.1 水平仪法

将固定有水平仪的桥板置于被测平面上, 按一定的布点形式首尾衔接地拖动桥板, 测出被测平面

上相邻两点连线相对测量基面（自然水平面或其垂直面）的倾斜角，通过数据处理求出平面度误差值的方法，见图 24。

该方法适用于大、中型平面的平面度误差测量。

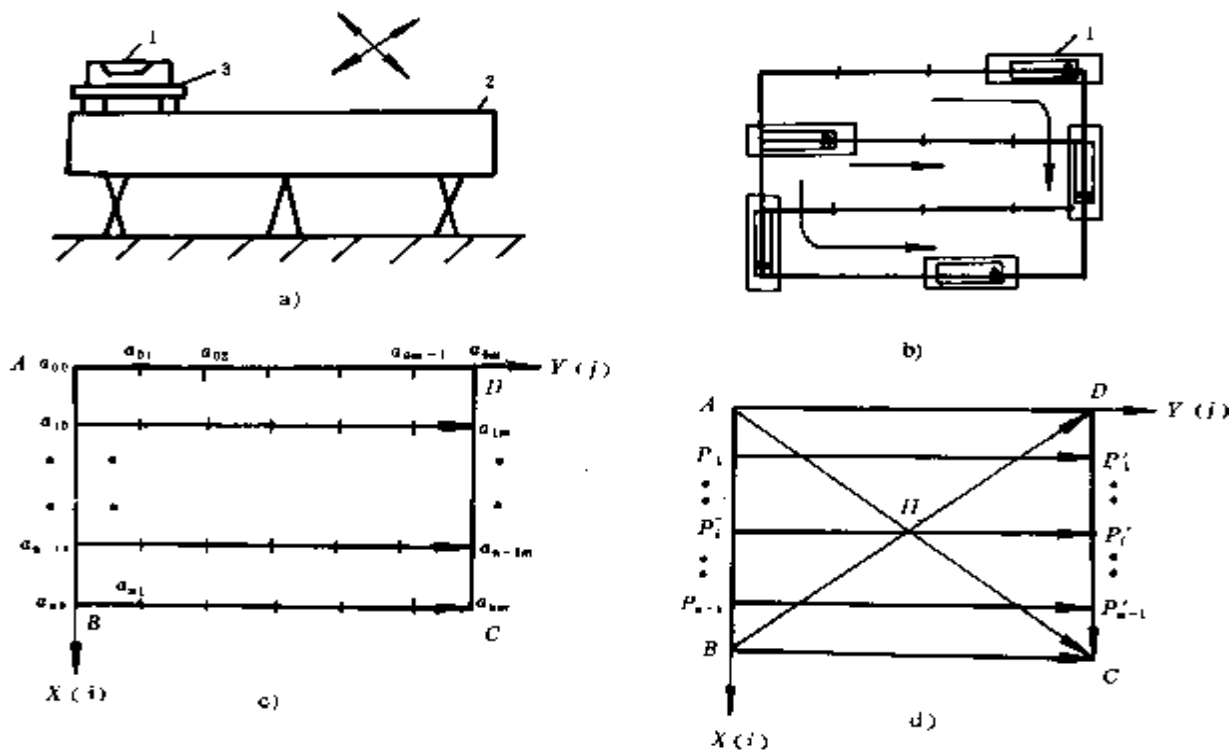


图 24

1—水平仪；2—被测工件；3—桥板

测量步骤：

1. 根据被测平面的形状、尺寸，选择布点形式，并确定各个方向的分段数及桥板跨距：

$$L = \frac{l}{n} \dots\dots\dots (7)$$

式中：l——被测截面的长度；

L——桥板跨距；

n——分段数。

2. 将被测平面大致调水平（对自然水平面的倾斜角不大于 $10'$ ），然后按选定的布线方式依测量顺序和方向逐线首尾衔接地进行测量，并同时记录各点示值 a_{ij} ($a_{00}=0$)；

3. 按 6.1.1 条的方法将示值 a_{ij} 转换成各点坐标值 Z_{ij} ；

4. 按 6.2 条的方法对各点坐标值 Z_{ij} 进行数据处理，求出平面度误差值。

5.5.2 自准直仪法

将固定有反射镜的桥板置于被测平面上，按对角线布点形式拖动桥板，测出被测平面上相邻两点连线相对测量基线（面）的倾斜角，通过数据处理求出平面度误差值的方法，见图 25。

该方法适用于大、中型平面的平面度误差测量。

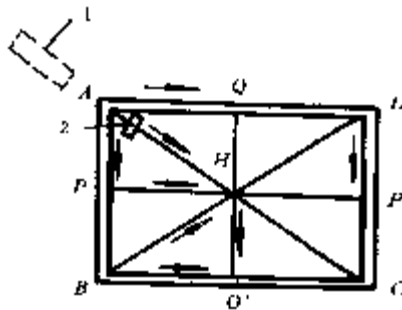


图 25

1—自准直仪；2—反射镜

测量步骤：

1. 根据被测平面的形状、尺寸，选择对角线布点形式，并根据公式 7 确定各个方向的分段数及桥板跨距；
2. 将被测平面大致调水平，然后按测量顺序和方向逐线进行测量，并同时记录各点示值 a_{ij} ($a_{00}=0$)；
3. 按 6.1.2 条的方法将各点示值 a_{ij} 转换成各点坐标值 Z_{ij} ；
4. 按 6.2 条的方法对各点坐标值 Z_{ij} 进行数据处理，求出平面度误差值。

5.5.3 跨步仪法

以跨步仪相邻两支点连线为测量基线，按对角线布点形式，测出第三点相对测量基线的偏离量，通过数据处理求出平面度误差值的方法，见图 26。

该方法适用于大、中平面及圆环面的平面度误差测量。

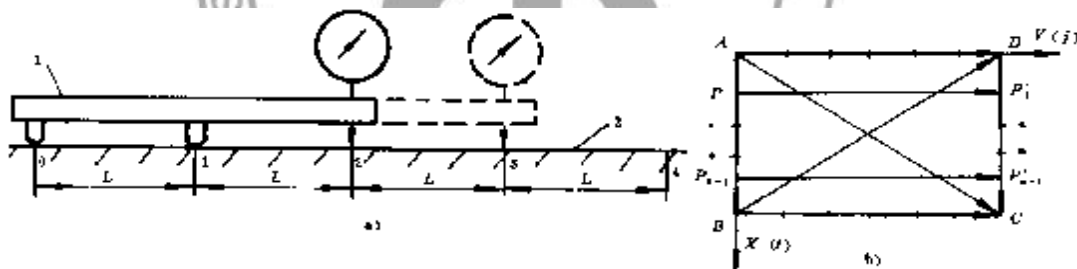


图 26

1—跨步仪；2—被测平面

测量步骤：

1. 根据被测平面的形状、尺寸，确定各方向的分段数及跨步仪的跨距，跨距 L 为跨步仪两固定支点的中心距；
2. 将跨步仪放在研磨平尺上，使指示器示值对零；
3. 沿测量方向依次逐段测量（每次移动一个跨距 L ），同时记录各点示值 c_{ij} ；
4. 按 6.1.2 条的方法将各点示值 c_{ij} 转换成坐标值 Z_{ij} ；
5. 按 6.2 条的方法对各点坐标值 Z_{ij} 进行数据处理，求出平面度误差值。

5.5.4 表桥法

以表桥相间两支点的连线为测量基线，按对角线布点形式，测出中间点相对测量基线的偏离量，

通过数据处理求出平面度误差值的方法，见图 27。

该方法适用于大、中平面的平面度误差测量。

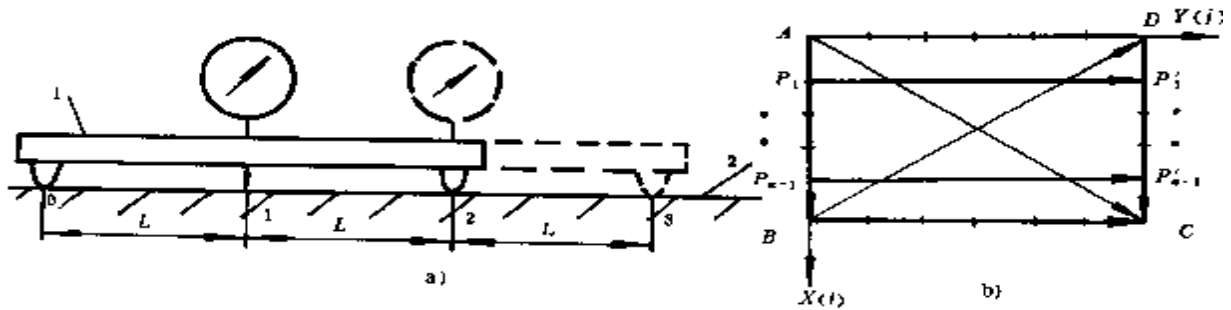


图 27

1—表桥；2—被测平面

测量步骤：

1. 根据被测平面的形状、尺寸，确定各方向的分段数及表桥跨距，跨距 L 为表桥两固定支点的中心距离之半；
2. 将表桥放在研磨平尺上，使指示器示值对零；
3. 沿测量方向依次逐段测量（每次移动一个跨距 L ），同时记录各点示值 b_{ij} ；
4. 按 6.1.2 条的方法，将各点示值 b_{ij} 转换成坐标值 Z_{ij} ；
5. 按 6.2 条的方法，对各点坐标值 Z_{ij} 进行数据处理，求出平面度误差值。

5.6 组合方法

通过误差分离技术，消除测量基线（或基面）本身的直线度（或平面度）误差的测量方法。

5.6.1 反向消差法

通过正反（翻转 180° ）两个方向测量，经数据处理消除测量基线本身的直线度误差，获得被测平面上各条测量线上测得值，求出被测工件平面度误差值的方法。

本方法适用于窄长工件的高精度平面度误差测量。

5.6.1.1 用一个指示器进行反向消差测量（图 28）。

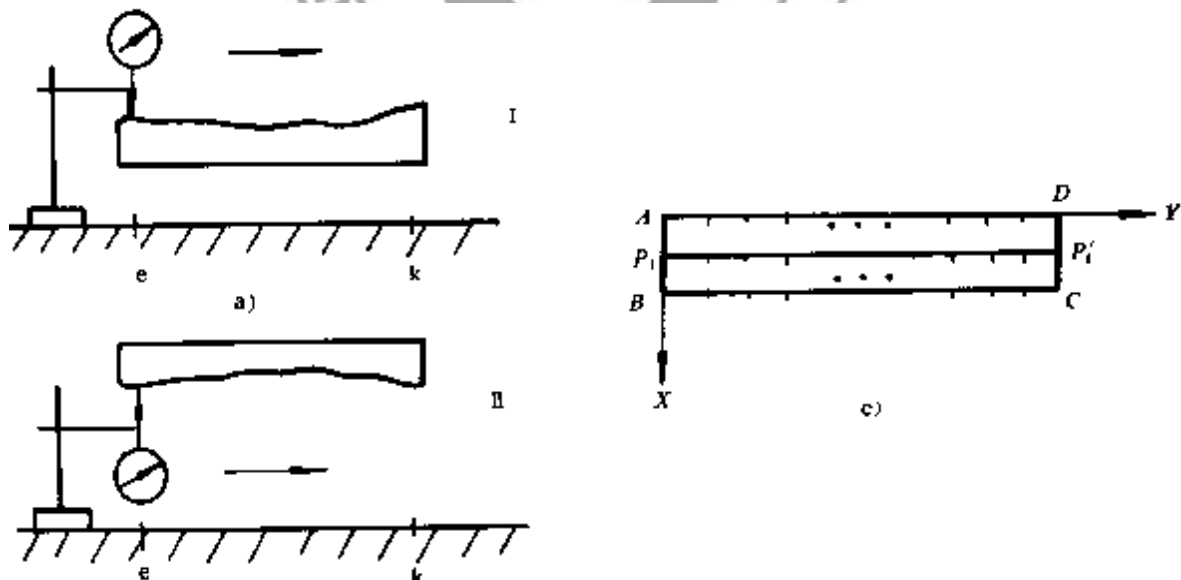


图 28

测量步骤：

1. 将被测零件放置在可作直线移动的工作台上，指示器固定在测量支架上；或将工件放置在平板上，指示器固定在可作直线移动的工作台上；
2. 移动工作台或指示器，调整被测零件，使三远点示值大致相等；
3. 按网格布点形式（图 28c），沿 Y 方向测量线 AD 、 P_iP_i' 和 BC 逐点顺序测量（图 28a），同时记录指示器的示值 h_{1ij} ($i=0, 1, 2, \dots, n; j=0, 1, 2, \dots, m$)；
4. 测量方向旋转 90° ，测量 AB 、 DC 测量线，各点示值为 h_{1i0} 、 h_{1im} ；
5. 将零件翻转 180° （图 28b），并尽可能保证翻转前后在 X, Y 两个方向分别使用同一段导轨，重复 1~4 步骤的操作，测得被测平面翻转后对应点处的指示器示值 h_{1ij} ；
6. 用下式求出各条测量线上各测得点的示值 h_{ij} ：

$$h_{ij} = \frac{h_{1ij} + h_{1ij}}{2} \dots\dots\dots (8)$$

7. 通过平移和旋转，使 P_iP_i' 测量线上的首末点与 AB 、 DC 测量线上对应点的坐标值 h_{i0} 和 h_{im} 等值，同时变换 P_iP_i' 测量线上其余各点的示值，求出各点的坐标值 Z_{ij} ；

其中： $Z_{i0}=h_{i0}$ ， $Z_{im}=h_{im}$ （即： AB 、 DC 两条测量线上各点测得值等于转换后的坐标值）；

8. 按第 6.2 条的方法对 Z_{ij} 进行数据处理，求出平面度误差值。

注：① 测量 Y 方向测量线时，不得调整工件。

② 测量 X 方向测量线时，不得调整工件。

5.6.1.2 用两个指示器对两个被测表面进行反向消差测量（图 29）。

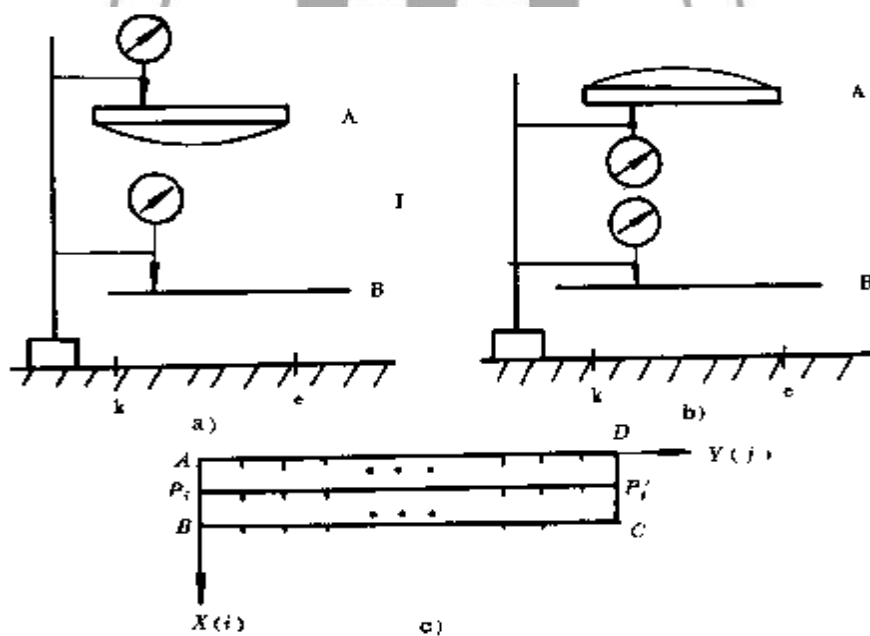


图 29

测量步骤：

1. 将 A、B 工件放置在可作直线移动的工作台上，两指示器固定在工作台底座上；或将 A、B 工件放置在测量平板上，两指示器固定在可作直线移动的工作台上；
2. 第一次测量将 A、B 工件的被测表面同向放置（图 29a），移动指示器或工件，分别调整 A、B 工件，使其三远点示值大致相等；
3. 按网格布点形式沿 P_iP_i' 各条测量线逐点顺序测量，同时记录两指示器的示值 h_{A1ij} 、 h_{B1ij} ，($i=0, 1, 2, \dots, n; j=0, 1, 2, \dots, m$)；

4. 将测量方向旋转 90° , 测量 AB , DC 测量线上各点测得值;
5. 将工件 A 翻转 180° (图 29b), 并尽可能与翻转前处于相同轴向位置 (k, e 点), 即翻转前后在 X, Y 两个方向分别用同一段导轨, 重复上述操作, 测得 A、B 工件在第一次测量对应点处的第二次测得示值 h_{A1ij}, h_{B1ij} ($i=0, 1, 2, \dots, n; j=0, 1, 2, \dots, m$);
6. 用下式求出 A、B 工件上各条 $P_iP'_i$ 测量线上各测得点的坐标值 Z'_{ij} :

$$Z'_{Aij} = \frac{(h_{A1ij} - h_{B1ij}) + (h_{A1ij} + h_{B1ij})}{2} \dots\dots\dots (9)$$

$$Z'_{Bij} = \frac{-(h_{A1ij} - h_{B1ij}) + (h_{A1ij} + h_{B1ij})}{2} \dots\dots\dots (10)$$

7. 通过平移和旋转, 分别使 A、B 工件的 $P_iP'_i$ 线上的首末点与各自的 AB, DC 测量线上相应点的坐标值 Z'_{i0} 和 Z'_{im} 等值, 同时变换 $P_iP'_i$ 测量线上其余各点的坐标值, 求出各点的坐标值 Z_{ij} , 其中: $Z_{i0}=Z'_{i0}, Z_{im}=Z'_{im}$;

8. 按第 6.2 条的方法对 Z_{ij} 进行数据处理, 求出平面度误差值。

注: ① 测量 $P_iP'_i$ 测量线上各点测得值的过程中, 不得调整或移动工件;
 ② 测量 AB, DC 测量线上各点测得值的过程中, 不得调整或移动工件。

6 数据处理

当用水平仪、自准直仪法进行等跨距测量时, 可直接用示值进行数据处理, 最后将处理结果乘以系数 K 换算成线性值; 也可先将示值乘以系数 K 换算成线性值后, 再进行数据处理。

$$K = \tau \times L \text{ (}\mu\text{m)} \dots\dots\dots (11)$$

或

$$K = 0.0048 \tau' \times L \text{ (}\mu\text{m)} \dots\dots\dots (12)$$

式中: L ——桥板跨距, mm;

τ ——仪器分度值, mm/m;

τ' ——仪器分度值 (角) 秒 ($''$)。

6.1 测量示值 a_{ij}, b_{ij} 和 c_{ij} 转换成坐标值 Z_{ij}

6.1.1 将水平仪网格布点的测量示值 a_{ij} 转换成坐标值 Z_{ij}

以过起始点 A 的水平面作为转换基面, 按测量顺序逐点累加, 即可获得相对转换基面的坐标值 Z_{ij} :

$$Z_{ij} = \sum_{kr}^{(D)} a_{kr} \dots\dots\dots (13)$$

式中: D ——测量线路。

例如: 图 10a) 所示的网格布点形式, 沿 $A \rightarrow D \rightarrow C$ 测量线测得的 C 点坐标值:

$$Z_C = Z_{nm} = \sum_j^{(AD)} a_{0r} + \sum_i^{(DC)} a_{km}$$

测得的一组 a_{ij} 如图 30 所示, 转换后的坐标值 Z_{ij} 如图 31 所示。

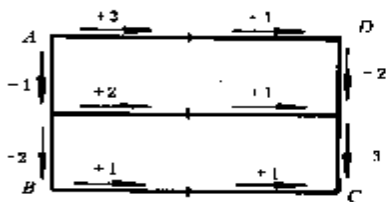


图 30

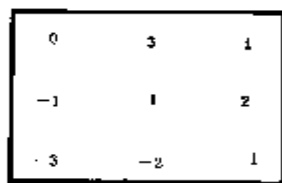


图 31

- 6.1.1.1 整个测量过程是封闭的, 从两个测量方向 ($A \rightarrow D \rightarrow C$ 和 $A \rightarrow B \rightarrow C$) 累加所得的 C 点坐标值

Z_{σ} 理论上应相等。但因存在测量误差, Z_{σ} 可能不同, 其差值为 C 点闭合差 Δ :

$$\Delta = \sum_{ij}^{(ABC)} a_{kr} - \sum_{ij}^{(ADC)} a_{kr} \quad \dots\dots\dots (14)$$

a. 当 Δ (线性值) 的绝对值小于或等于总不确定度允许值 μ_0 ¹⁾ 时, 可按下式进行平差处理:

a) 对 $A \rightarrow D \rightarrow C$ 测量线:

$$a'_{ij(ADC)} = a_{ij(ADC)} + \frac{\Delta}{2(n+m)} \quad \dots\dots\dots (15)$$

b) 对 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 测量线:

$$a'_{ij(ABC)} = a_{ij(ABC)} - \frac{\Delta}{2(n+m)} \quad \dots\dots\dots (16)$$

式中: a_{ij} , a'_{ij} ——平差处理前后的各点示值。

c) 对 $P_i P'_i$ 测量线:

$$a'_{ij} = a_{ij} - \frac{\Delta P'_i}{m+i} \quad \dots\dots\dots (17)$$

式中:

$$\Delta p'_i = \sum_{ij}^{(AP_i P'_i)} a_{kr} - \sum_{ij}^{(ADP'_i)} a_{kr} \quad \dots\dots\dots (18)$$

注: 1) μ_0 的数值见 GB 11336《直线度误差检测》附录 A 的表 A1。

b. 当 Δ 的绝对值较小时, 可取 Z_{σ} 的平均值为 Z_{σ} ;

c. 当 Δ 的绝对值大于 μ_0 时, 一般应重新测量。

6.1.1.2 平差处理后, 应将 a'_{ij} 重新转换成 Z_{ij} 。

6.1.1.3 对圆形平面, 只需增加矩形 $ABCD$ 之外延伸部分的测量值转换, 其他与上述相同。其中顺测量方向的测量值只需继续累加, 逆测量方向的测量值应取反号后再累加。

6.1.2 将对角线布点的测量示值转换成坐标值

6.1.2.1 转换步骤

方法一:

1. 先将各测量线上测得点的示值按下式算出各点过渡坐标值 Z'_i :

$$a) Z'_i = Z'_{i-1} + a_i = \sum_{k=1}^i a_k Z_0 = 0; \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$b) Z'_i = Z'_{i-1} - 2 \sum_{k=1}^{i-1} b_k = -2 \sum_{k=1}^{i-1} (i-k) b_k, \quad Z_0 = Z_1 = 0; \quad (i=2, 3, \dots, n) \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$c) Z'_i = Z'_{i-1} + \sum_{k=2}^i c_k = \sum_{k=1}^{i-1} (i-k) c_{k+1}, \quad Z_0 = Z_1 = 0; \quad (i=2, 3, \dots, n) \quad \dots\dots\dots (21)$$

2. 通过平移和旋转, 使 AB 测量线的 A 点初始值与对角线 AC 的 A 点初始值相等, AB 测量线的 B 点末值与对角线 BD 和 B 点初始值相等, 对角线 BD 的中点值与对角线 AC 的中点值相等, 构成平行或通过 A 、 B 点和对角线交点 H 三点的一个平面, 同时算出 AB , AC , BD 测量线上其余各点的坐

标值 Z_{ij} ;

注: 若对角线上的测量布点与 P_iP_i' 测量线上的测量布点不重合, 也可略去对角线 AC, BD 测量线上其他测点的坐标值。

3. 通过平移和旋转, 使 AD, BC, DC 测量线上的首末点与转换后的 AB, AC, BD 测量线上的相应首末点等值, 同时算出 AD, BC, DC 测量线上其余各点的坐标值 Z_{ij} ;

4. 通过平移和旋转, 使 P_iP_i' 测量线上的首末点与转换后的 AB, DC 测量线上的相应点等值, 同时算出 P_iP_i' 测量线上其余各点的坐标值 Z_{ij} 。

方法二:

1. 先将各测量线上测得点的示值按下式换算成分别相对两端点连线的坐标值:

$$a) Z'_i = \sum_{k=1}^i a_k - \frac{i}{n} \sum_{k=1}^n a_k, Z'_0 = 0, (i=1, 2, \dots, n) \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$b) Z'_i = -2 \sum_{k=1}^{i-1} (i-k) b_k + \frac{2i}{n} \sum_{k=1}^{n-1} (n-k) b_k$$

$$Z'_0 = 0, Z'_1 = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n (n-k) b_k, (i=2, 3, \dots, n) \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$c) Z'_i = \sum_{k=1}^{i-1} (i-k) c_{k+1} - \frac{i}{n} \sum_{k=1}^{n-1} (n-k) c_{k+1}$$

$$Z'_0 = 0, Z'_1 = -\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} (n-k) c_{k+1}, (i=2, 3, \dots, n) \quad \dots\dots\dots (24)$$

2. 以过对角线 AC 始末点, 且平行于 BD 始末点的平面 S_{DL} 作为转换基面, 即令:

$$Z_A = Z_C = 0, Z_B = Z_D = \Delta H$$

求出对角线中点 H 的高度差 ΔH :

(1) 当对角线分段数为偶数时:

$$\Delta H = Z'_{H(AC)} - Z'_{H(BD)} \quad \dots\dots\dots (25)$$

(2) 当对角线分段数为奇数时:

$$\Delta H = \frac{1}{2} (Z'_{H+1} + Z'_{H-1})_{(AC)} - \frac{1}{2} (Z'_{H+1} + Z'_{H-1})_{(BD)} \quad \dots\dots\dots (26)$$

式中: $Z'_{H(AC)}, Z'_{H+1(AC)}, Z'_{H-1(AC)}$ ——对角线 AC 上的中点 H 和中点两侧点相对两端点连线的坐标值;

$Z'_{H(BD)}, Z'_{H+1(BD)}, Z'_{H-1(BD)}$ ——对角线 BD 上的中点 H 和中点两侧点相对两端点连线的坐标值。

3. 转换 AC, BD 测量线上其他点的坐标值 $Z_{ij(AC)}, Z_{ij(BD)}$:

$$Z_{ij(AC)} = Z'_{ij(AC)} \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$Z_{ij(BD)} = Z'_{ij(BD)} + \Delta H \quad \dots\dots\dots (28)$$

注: 若对角线上的测量布点与 P_iP_i' 测量线上的测量布点不重合, 也可略去对角线 AC, BD 上的其他测点的坐标值。

4. 令 AB, AD, BC, DC 测量线上的始末点坐标值与 AC, BD 对角线上相应始末点的坐标值相等, 并用下式转换 AB, AD, BC, DC 测量线上其余点的坐标值:

$$Z_{ij} = Z'_k + \frac{k}{Q} (Z_E - Z_B) + Z_B \dots\dots\dots (29)$$

式中： k ——被转换测量线上与 Z_{ij} 对应的点号， k 从始点向末点计算，始点 $k=0$ ；

Z'_k ——被转换测量线上与 Z_{ij} 对应的第 k 点两端点连线坐标值；

Q ——被转换测量线上的分段数；

Z_B, Z_E ——被转换测量线上始、末点的坐标值。

5. 令 $P_i P'_i$ 测量线上的始、末点坐标值与转换后 AB, DC 测量线上相应点的坐标值相等，并用式 (29) 转换各条 $P_i P'_i$ 测量线上其余各点的坐标值 Z_{ij} 。

注：① 当 $P_i P'_i$ (或 QQ') 测量线上的测量布点与对角线上的测量布点重合时，同一点坐标值 Z'_{ij} 的不一致性 Δ' 一般不应超过总不确定度允许值 μ_0 。

② μ_0 的数值见 GB 11336 《直线度误差检测》附录 A 的表 A1。

6.1.2.2 坐标值旋转变换方法

坐标值旋转变换步骤：

1. 确定旋转轴 0—0 后按下式算出旋转系数 K_α (图 32)：

$$K_\alpha = \frac{|Z_a| + |Z_b|}{L_a + L_b} \dots\dots\dots (30)$$

式中： $|Z_a|$ ——a 点变换前后的坐标差之绝对值；

$|Z_b|$ ——b 点变换前后的坐标差之绝对值；

L_a ——a 点距转轴 0—0 的距离；

L_b ——b 点距转轴 0—0 的距离。

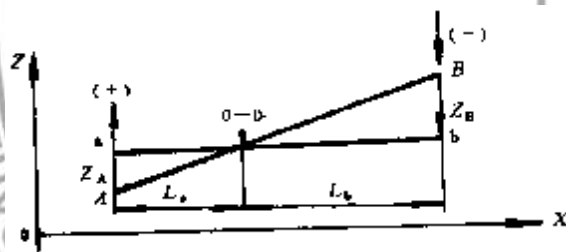


图 32

2. 按下式求出各测量点的旋转量，升高者取正号，降低者取负号：

$$Q_k = \pm K_\alpha \times L_k \dots\dots\dots (31)$$

式中： L_k ——各旋转点至转轴的距离。

3. 按下式求出各点旋转变换后的坐标值：

$$Z'_{ij} = Z_{ij} + Q_k \dots\dots\dots (32)$$

式中： Z_{ij} ——各测点旋转变换前的坐标值。

注：若旋转变换各点是等距分布的，则 L_k, L_a, L_b 可以用距转轴的间距格数代替。

示例 1：线旋转变换 (图 33)

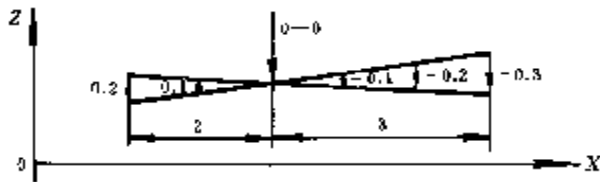


图 33

示例 2: 面旋转变换 (图 34)

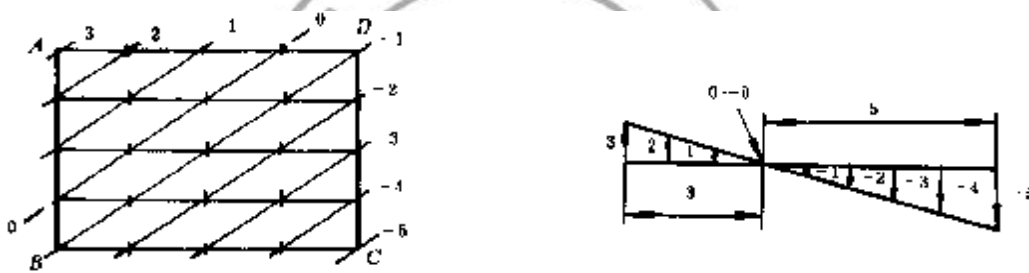


图 34

6.2 求平面度误差值

获得被测点坐标值后, 根据需要选用不同的评定方法, 按作图法或算法进行数据处理, 求出相应的平面度误差值。

6.2.1 按最小包容区域法评定

6.2.1.1 变换作图法

变换作图步骤:

1. 从各测得点坐标值 Z_{ij} 中判断选出两个最高 (或最低) 点, 并将它们旋转变换成等值;
2. 作两个最高 (或最低) 点连线的垂面, 将各点加上相应的变换量, 按适当的比例向垂面上投影;
3. 作投影点的外接多边形, 当该多边形为凸多边形, 且符合判别准则, 则多边形内的 Z 方向最大距离即为平面度误差值 f_{MZ} ; 否则重复 1, 2 两步骤, 直至符合判别准则为止。

6.2.1.2 旋转变换法

根据各测得点的坐标值进行多次旋转变换, 使最高点和最低点的分布形式符合最小包容区域判别准则之一, 进而求出平面度误差值 f_{MZ} 的方法。

旋转变换步骤:

1. 根据测得点坐标值, 判别被测面可能符合的判别准则, 并将其中两个可能的高 (或低) 极点旋转变换成等值, 同时变换其余各点的坐标值;
2. 若可能符合交叉准则, 则以平行于上述等值点连线的线为轴, 将轴两侧的低 (或高) 点旋转变换成等值, 同时变换其余各点的坐标值;
3. 若可能符合三角形准则, 则以平行于上述等值点的线为轴, 将另一个高 (或低) 点旋转变换成等值, 同时变换其余各点的坐标值;
4. 旋转变换后符合判别准则之一, 则平面度误差值 $f_{MZ} = Z_{\max} - Z_{\min}$ 。

5. 旋转变换后不符合判别准则, 则重复 1, 2 (或 1, 3) 步骤, 直至符合最小包容区域判别准则。

注: 坐标值旋转变换方法见 6.1.2.2。

6.2.1.3 计算法

根据各测得点的坐标值, 用下述方法之一求出符合最小包容区域法的平面度误差值。

方法一: 变换计算法

根据各测得点的坐标值, 经过多次变换平面方程系数 q 、 p , 逐步求出平面度误差值 f_{MZ} 的计算方法。

计算步骤:

1. 以各测得点的坐标值 Z_{ij} , 按下述方法之一的相应公式计算出初始平面方程的初值 c , p , q :

(1) 以对角线平面作为初始平面 (初始平面过一条对角线的两个角点 $M_1 (X_1, Y_1, Z_1)$, $M_2 (X_2, Y_2, Z_2)$ 且平行于另一条对角线上的两个角点 $M_3 (X_3, Y_3, Z_3)$, $M_4 (X_4, Y_4, Z_4)$):

$$c = \frac{X_1 \begin{vmatrix} Y_2 - Y_1 & Z_2 - Z_1 \\ Y_4 - Y_3 & Z_4 - Z_3 \end{vmatrix} - Y_1 \begin{vmatrix} X_2 - X_1 & Z_2 - Z_1 \\ X_4 - X_3 & Z_4 - Z_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} X_2 - X_1 & Y_2 - Y_1 \\ X_4 - X_3 & Y_4 - Y_3 \end{vmatrix}} + Z_1 \dots\dots\dots (33)$$

$$p = \frac{\begin{vmatrix} Y_2 - Y_1 & Z_2 - Z_1 \\ Y_4 - Y_3 & Z_4 - Z_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} X_2 - X_1 & Y_2 - Y_1 \\ X_4 - X_3 & Y_4 - Y_3 \end{vmatrix}} \dots\dots\dots (34)$$

$$q = \frac{\begin{vmatrix} X_2 - X_1 & Z_2 - Z_1 \\ X_4 - X_3 & Z_4 - Z_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} X_2 - X_1 & Y_2 - Y_1 \\ X_4 - X_3 & Y_4 - Y_3 \end{vmatrix}} \dots\dots\dots (35)$$

(2) 以三远点平面作为初始平面 (初始平面过三远点 $M_1 (X_1, Y_1, Z_1)$, $M_2 (X_2, Y_2, Z_2)$ 和 $M_3 (X_3, Y_3, Z_3)$):

$$c = \frac{X_1 \begin{vmatrix} Y_2 - Y_1 & Z_2 - Z_1 \\ Y_3 - Y_1 & Z_3 - Z_1 \end{vmatrix} - Y_1 \begin{vmatrix} X_2 - X_1 & Z_2 - Z_1 \\ X_3 - X_1 & Z_3 - Z_1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} X_2 - X_1 & Y_2 - Y_1 \\ X_3 - X_1 & Y_3 - Y_1 \end{vmatrix}} + Z_1 \dots\dots\dots (36)$$

$$p = \frac{\begin{vmatrix} Y_2 - Y_1 & Z_2 - Z_1 \\ Y_3 - Y_1 & Z_3 - Z_1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} X_2 - X_1 & Y_2 - Y_1 \\ X_3 - X_1 & Y_3 - Y_1 \end{vmatrix}} \dots\dots\dots (37)$$

$$q = \frac{\begin{vmatrix} X_2 - X_1 & Z_2 - Z_1 \\ X_3 - X_1 & Z_3 - Z_1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} X_2 - X_1 & Y_2 - Y_1 \\ X_3 - X_1 & Y_3 - Y_1 \end{vmatrix}} \dots\dots\dots (38)$$

2. 按下式计算各测得点相对初始平面的偏离量 D_{ij} :

$$D_{ij} = Z_{ij} - Z'_{ij} = Z_{ij} - pX_i - qY_j - c \dots\dots\dots (39)$$

式中: X_i ——各测得点的行坐标;

Y_j ——各测得点的列坐标。

注: ① 若 X, Y 测量方向各测点间的间距相等, X_i, Y_j 的值可用各测点的序号 (i, j) 代替;

② 若 X 测量方向各测点间的间距相等, X_i 的值可用各测点的序号 (i) 代替; Y 测量方向各测点间的间距也相等, 但不等于 X 方向各测点的间距, 则 Y_j 可用 K 乘以测点序号 (j) 代替;

$$\text{其中: } K = \frac{L_y}{L_x}$$

式中: L_x —— X 方向各测点的间距;

L_y —— Y 方向各测点的间距。

3. 求出 D_{ij} 中的最大、最小值之差 f_1 :

$$f_1 = D_{\max} - D_{\min} \dots\dots\dots (40)$$

4. 按如下方法之一求出平面度误差值 f_{MZ} :

(1) 按优化方法:

a) 按一定优化方法改变 p, q 值, 重复 2, 3 步骤的计算, 将公式 40 计算出的结果作为 f_2 ;

b) 将 f_2 与 f_1 进行比较, 令较小者为 f_1 ; 重复上述步骤, 使 f_1 最小;

c) 求出的最小值即为平面度误差值 f_{MZ} 。

(2) 按判别准则:

a) 判断第 3 步求出的 D_{ij} 中最大、最小值的分布是否符合 4.1.2 条的最小包容区域判别准则;

b) 若符合判别准则之一, 则 f_1 即为平面度误差值 f_{MZ} ;

c) 若不符合判别准则, 则改变 p, q 值, 重复 2, 3 步骤的计算, 并按 a) 做出判断, 逐步找出平面度误差值 f_{MZ} 。

方法二: 极点计算法:

根据各测得点的坐标值, 按一定方法判断出符合判别准则的极点, 进而求出平面度误差值的方法。

计算步骤:

1. 按经验方法判断极点;

2. 根据极点的不同类型, 用下式之一求出平面度误差值 f_{MZ} :

(1) 极点成交叉形式分布 (图 35)

$$f_{MZ} = \frac{Z_A L_B + Z_B L_A}{L_A + L_B} - \frac{Z_a L_b + Z_b L_a}{L_a + L_b} \dots\dots\dots (41)$$

式中: Z_A, Z_B ——两个高极点的坐标值;

Z_a, Z_b ——两个低极点的坐标值;

L_i ——各极点到交点 0 的 X (或 Y) 方向距离。

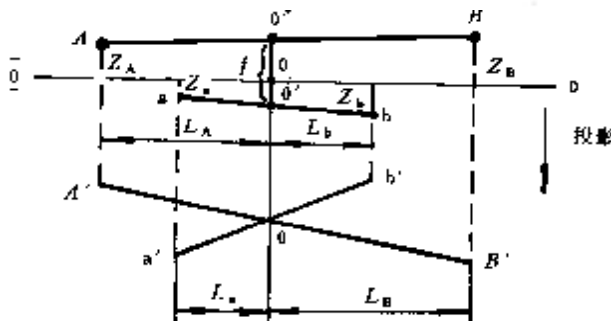


图 35

(2) 极点成三角形分布 (图 36)

$$f_{MZ} = \left| \frac{Z_A L_D + Z_D L_A}{L_A + L_D} - Z_P \right| \dots\dots\dots (42)$$

式中: $Z_D = \frac{Z_B L_C + Z_C L_B}{L_B + L_C}$;

Z_A, Z_B, Z_C ——三个高(或低)极点的坐标值;

Z_P ——低(或高)极点的坐标值;

L_A, L_D —— A, D 点到 P 点的 X (或 Y)方向的距离;

L_B, L_C —— B, C 点到 D 点的 X (或 Y)方向的距离。

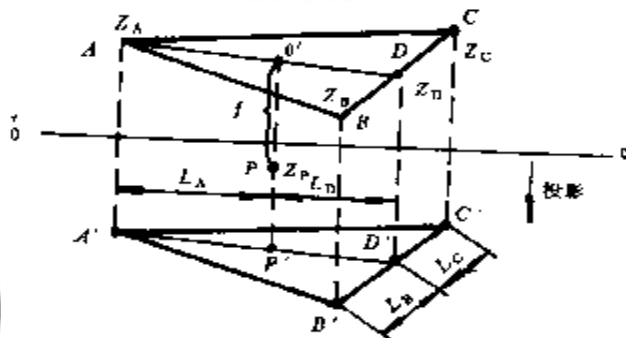


图 36

6.2.2 按最小二乘法评定

通过计算, 求出最小二乘中心平面上各点坐标值, 进而求出平面度误差值 f_{LS} 的评定方法。

计算步骤:

1. 根据各测得点的坐标值, 用下式计算出最小二乘中心平面的方程系数 p, q, c :

$$p = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m X_i Z_{ij} - \left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m Z_{ij} \right) \sum_{i=0}^n X_i / (n+1)}{(m+1) \sum_{i=0}^n X_i^2 - \left(\frac{m+1}{n+1} \right) \left(\sum_{i=0}^n X_i \right)^2} \dots\dots\dots (43)$$

$$q = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m Y_j Z_{ij} - \left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m Z_{ij} \right) \sum_{j=0}^m Y_j / (m+1)}{(n+1) \sum_{j=0}^m Y_j^2 - \left(\frac{n+1}{m+1} \right) \left(\sum_{j=0}^m Y_j \right)^2} \dots\dots\dots (44)$$

$$c = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m Z_{ij}}{(n+1)(m+1)} - \frac{p \sum_{i=0}^n X_i}{n+1} - \frac{q \sum_{j=0}^m Y_j}{m+1} \dots\dots\dots (45)$$

式中: n —— X 方向的分段数;

m —— Y 方向的分段数。

2. 用下式求出最小二乘中心平面上各点坐标值 Z_{ij} :

$$Z'_{ij} = p X_i + q Y_j + c \dots\dots\dots (46)$$

注：① 若 X, Y 测量方向各点间的间距相等， X_i, Y_j 的值可用各点序号 i, j 代替；

② 若 X 测量方向各测点间的间距相等， X_i 的值可用各测点的序号 (i) 代替； Y 测量方向各测点间的间距也相等，但不等于 X 方向各测点的间距，则 Y_j 可用 K 乘以测点序号 (j) 代替；

$$\text{其中：} K = \frac{L_y}{L_x}$$

式中： L_x —— X 方向各测点的间距；

L_y —— Y 方向各测点的间距。

3. 分别求出各测点相对最小二乘中心平面的偏离量 D_{ij} ：

$$D_{ij} = Z_{ij} - Z'_{ij} \dots\dots\dots (47)$$

4. 求出 D_{ij} 中的最大值和最小值；

5. 最大、最小值之差即为平面度误差值 f_{LS} ：

$$f_{LS} = D_{\max} - D_{\min}$$

说明：若 X, Y 测量方向各点间的间距相等，为了计算方便，可设最小二乘中心平面坐标系的原点位于被测面中心 ($\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$) 处，并用 X, Y 方向的各点序号 i, j 代替 X_i, Y_j (图 37)。

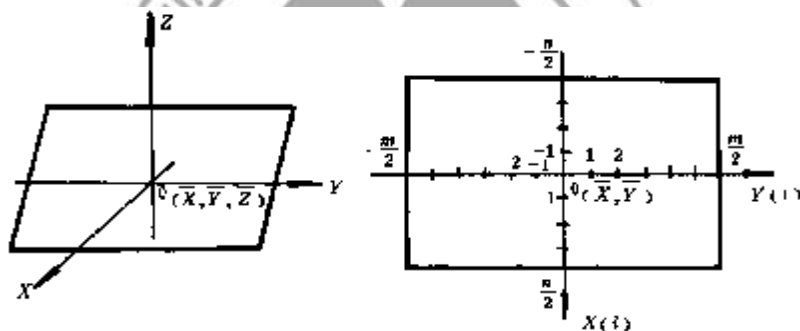


图 37

则公式 (43), (44), (45) 和公式 (46) 可简化为：

$$c=0$$

$$p = \frac{12 \sum_{i=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \left(i \sum_{j=-\frac{m}{2}}^{\frac{m}{2}} Z''_{ij} \right)}{n (m+1) (n+1) (n+2)} \dots\dots\dots (48)$$

$$q = \frac{12 \sum_{j=-\frac{m}{2}}^{\frac{m}{2}} \left(j \sum_{i=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} Z''_{ij} \right)}{m (n+1) (m+1) (m+2)} \dots\dots\dots (49)$$

其中：

$$Z''_{ij} = Z_{ij} - \bar{Z}$$

$$\bar{Z} = \frac{\sum_{i=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \sum_{j=-\frac{m}{2}}^{\frac{m}{2}} Z_{ij}}{(m+1) (n+1)}$$

式中： Z_{ij} ——测得点的坐标值；

m —— Y 方向的分段数，

n —— X 方向的分段数。

$$Z'_{ij} = p \cdot i + q \cdot j \dots\dots\dots (50)$$

6.2.3 按对角线平面法评定

以对角线上四个角点的坐标值构成评定基面，求出平面度误差值 f_{DL} 的评定方法。

6.2.3.1 测量时，若以对角线上四个角点调整测量基面，即一条对角线上两个角点的测量值相等。另一条对角线上两个角点的测量值也相等，则测得的各点坐标值 Z_{ij} 中的最大值和最小值之差即为平面度误差值 f_{DL} 。

6.2.3.2 旋转变换法

通过适当的旋转、变换，使两对角线上两个角点的坐标值分别相等，进而求出平面度误差值 f_{DL} 的方法。

旋转变换步骤：

1. 以选定的某条线为转轴进行旋转，使一条对角线上两个角点的坐标值旋转变换为等值；同时变换其他各测得点的坐标值；

2. 以平行于上述等值对角线的某条线为转轴进行旋转，使另一条对角线上两个角点的坐标值旋转变换为等值，同时变换其他各测点的坐标值；

3. 找出旋转变换后各坐标值中的最大值和最小值；

4. 最大、最小坐标值之差即为平面度误差值 f_{DL} 。

6.2.3.3 计算法

通过计算，求出过一条对角线上两个角点，且平行于另一条对角线上两个角点的评定基面上各点坐标值，进而求出平面度误差值 f_{DL} 。

计算步骤：

1. 用下式求出过一条对角线上两个角点 $M_1 (X_1, Y_1, Z_1)$ ， $M_2 (X_2, Y_2, Z_2)$ ，且平行于另一个对角线上两个角点 $M_3 (X_3, Y_3, Z_3)$ ， $M_4 (X_4, Y_4, Z_4)$ 的评定基面上各点坐标值 Z'_{ij} ：

$$Z'_{ij} = \frac{(Y_j - Y_1) \begin{vmatrix} X_2 - X_1 & Z_2 - Z_1 \\ X_4 - X_3 & Z_4 - Z_3 \end{vmatrix} - (X_i - X_1) \begin{vmatrix} Y_2 - Y_1 & Z_2 - Z_1 \\ Y_4 - Y_3 & Z_4 - Z_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} X_2 - X_1 & Y_2 - Y_1 \\ X_4 - X_3 & Y_4 - Y_3 \end{vmatrix}} + Z_1 \dots\dots\dots (51)$$

注：① 若 X, Y 测量方向各点间的间距相等， X_i, Y_j 的值可用各点序号 i, j 代替；

② 若 X 测量方向各测点间的间距相等， X_i 的值可用各测点的序号 (i) 代替； Y 测量方向各测点间的间距也相等，但不等于 X 方向各测点的间距，则 Y_j 可用 K 乘以测点序号 (j) 代替；

$$\text{其中：} K = \frac{L_y}{L_x}$$

式中： L_x —— X 方向各测点的间距；

L_y —— Y 方向各测点的间距。

2. 分别求出各测得点相对评定基面的偏离量 D_{ij} ：

$$D_{ij} = Z_{ij} - Z'_{ij}$$

3. 找出 D_{ij} 中的最大值和最小值；

4. 最大、最小值之差即为平面度误差值 f_{DL} ：

$$f_{DL} = D_{\max} - D_{\min}$$

6.2.4 按三远点平面法评定

以三远点的坐标值构成评定基面，求出平面度误差值 f_{TP} 的评定方法。

6.2.4.1 测量时，若以三远点调整测量基面，即将三远点的坐标值调成等值，则测得的各点坐标值 Z_{ij} 中的最大值和最小值之差即为平面度误差近似值 f_{TP} 。

6.2.4.2 旋转变换法

通过适当的旋转、变换，使三远点的坐标值分别相等，进而求出平面度误差值 f_{TP} 。

旋转变换步骤：

1. 以选定的某条线为旋转轴进行旋转，使两个远点的坐标值旋转变换为等值；同时，变换其他各测得点的坐标值；

2. 以平行于上述等值远点连线的某条线为旋转轴进行旋转，使另一个远点的坐标值旋转变换为等值，同时变换其他各测点的坐标值；

3. 找出旋转变换后各坐标值中的最大值和最小值；

4. 最大、最小坐标值之差即为平面度误差值 f_{TP} 。

6.2.4.3 计算法

通过计算，求出过三远点的评定基面上各点坐标值，进而求出平面度误差值 f_{TP} 。

计算步骤：

1. 用下式求出过三远点 $M_1 (X_1, Y_1, Z_1)$, $M_2 (X_2, Y_2, Z_2)$ 和 $M_3 (X_3, Y_3, Z_3)$ 的评定基面上各点坐标值 Z'_{ij} ：

$$Z'_{ij} = \frac{(Y_j - Y_1) \begin{vmatrix} X_2 - X_1 & Z_2 - Z_1 \\ X_3 - X_1 & Z_3 - Z_1 \end{vmatrix} - (X_i - X_1) \begin{vmatrix} Y_2 - Y_1 & Z_2 - Z_1 \\ Y_3 - Y_1 & Z_3 - Z_1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} X_2 - X_1 & Y_2 - Y_1 \\ X_3 - X_1 & Y_3 - Y_1 \end{vmatrix}} + Z_1 \dots \dots \dots (52)$$

注：① 若 X, Y 测量方向各点间的间距相等， X_i, Y_j 的值可用各点序号 i, j 代替；

② 若 X 测量方向各测点间的间距相等， X_i 的值可用各测点的序号 (i) 代替； Y 测量方向各测点间的间距也相等，但不等于 X 方向各测点的间距，则 Y_j 可用 K 乘以测点序号 (j) 代替；

2. 分别求出各测得点相对评定基面的偏离量 D_{ij} ：

$$D_{ij} = Z_{ij} - Z'_{ij}$$

3. 找出 D_{ij} 中的最大值和最小值；

4. 最大、最小值之差即为平面度误差近似值 f_{TP} ：

$$f_{TP} = D_{\max} - D_{\min}$$

7 仲裁

7.1 图样上未规定检测方案，而在测量时发生争议；

7.1.1 如用相同的测量方法和数据处理方法时，则用不确定度更小的计量器具测量进行仲裁。

7.1.2 如用不同的测量方法时，则按不确定度较小的测量方法进行仲裁。

7.1.3 如用相同的测量方法，而用不同的数据处理方法时，则按最小包容区域法评定的误差值进行仲裁。

7.2 图样上已给定检测方案，而在测量时发生争议，则按给定的检测方案进行仲裁。

附 录 A
平面度误差值的近似算法
(参考件)

A1 本附录给出一种平面度误差近似值的简便计算方法及其计算误差的估计,适用于在按对角线平面评定的基础上进一步对平面度误差值进行估计。

A2 近似计算步骤

1. 首先将测得点坐标值转换为按对角线平面 S_{DL} 评定的坐标值 Z_{ij} , 并计算出平面度误差值 f_{DL} :

$$f_{DL} = Z_{\max} - Z_{\min}$$

2. 取下述误差值 D_1, D_2, D_3, D_4 中的最大值作为 f_2 :

令 AC, BD 对角线上两等值角点分别为: Z_A, Z_B

(1) 分别在 AC, BD 对角线上两对角点之间找一较小(或较大)偏离值 Z_1, Z_2 , 使求得的误差值 D_1, D_2 较大:

$$D_1 = |Z_A - Z_1| \quad \dots\dots\dots (A1)$$

$$D_2 = |Z_B - Z_2| \quad \dots\dots\dots (A2)$$

注: 若对角线上无其他坐标值点, 则不必考虑 D_1 和 D_2 。

(2) 在 AC, BD 对角线两侧各找一个较小(或较大)偏离值 Z_3, Z'_3 和 Z_4, Z'_4 , 使求得误差值 D_3, D_4 较大:

$$D_3 = \left| Z_A - \frac{Z_3 + Z'_3}{2} \right| \quad \dots\dots\dots (A3)$$

$$D_4 = \left| Z_B - \frac{Z_4 + Z'_4}{2} \right| \quad \dots\dots\dots (A4)$$

则:

$$f_2 = \max [D_1, D_2, D_3, D_4] \quad \dots\dots\dots (A5)$$

3. 平面度误差近似值 f' 为:

$$f' = \frac{f_{DL} + f_2}{2} \quad \dots\dots\dots (A6)$$

示例 1:

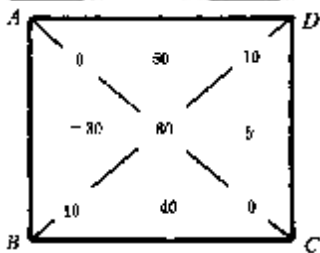


图 A1

图 A1 中所示为一组相对对角线平面 S_{DL} 的坐标值, 单位微米, 求其平面度误差近似值。

近似计算步骤:

1. 求相对对角线平面 S_{DL} 的平面度误差值:

$$f_{DL} = Z_{\max} - Z_{\min} = 80 - (-40) = 120$$

2. 求 f_2

$$Z_A = 0, Z_B = 10$$

(1) 在 AC 对角线上两角点之间只有一个较大偏离值 80, 则:

$$D_1 = |Z_A - Z_1| = |0 - 80| = 80$$

(2) 在 BD 对角线上两角点之间只有一个较大偏离值 80, 则:

$$D_2 = |Z_B - Z_2| = |10 - 80| = 70$$

(3) 在 AC 对角线外两侧各找一较大偏离值 50 和 10, 求得的 D_3 较大, 即:

$$D_3 = \left| Z_A - \frac{Z_3 + Z'_3}{2} \right| = \left| 0 - \frac{50 + 10}{2} \right| = 30$$

(4) 在 BD 对角线外两侧各找一较小偏离值 -30 和 -40, 求得的 D_4 较大, 即:

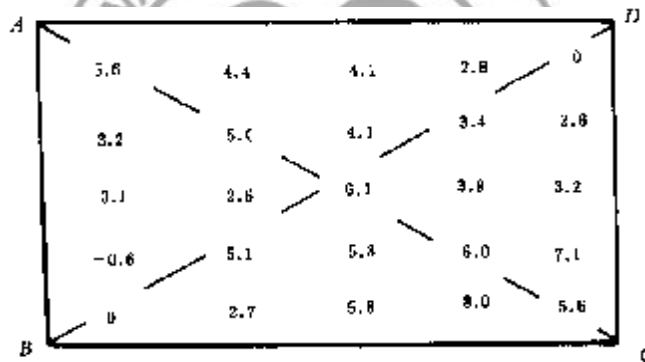
$$D_4 = \left| Z_B - \frac{Z_4 + Z'_4}{2} \right| = \left| 10 - \frac{(-30) + (-40)}{2} \right| = 45$$

取其中的最大值作为 f_2 , 即:

$$f_2 = \max [D_1, D_2, D_3, D_4] = D_1 = 80$$

3. 平面度误差近似值:

$$f' = \frac{f_{DL} + f_2}{2} = \frac{120 + 80}{2} = 100 \text{ (}\mu\text{m)}$$



示例 2:

图 A2

图 A2 中所示为一组相对对角线平面 S_{DL} 的坐标值, 单位为微米, 求其平面度误差值。

近似计算步骤:

1. 求相对对角线平面 S_{DL} 的平面度误差值:

$$f_{DL} = Z_{\max} - Z_{\min} = 8.0 + (-0.6) = 8.6$$

2. 求 f_2

$$Z_A = 5.6, Z_B = 0$$

(1) 在 AC 对角线上两角点之间找一较小偏离值 5, 求得的 D_1 较大, 即:

$$D_1 = |Z_A - Z_1| = |5.6 - 5| = 0.6$$

(2) 在 BD 对角线上两角点之间找一较大偏离值 6.1, 求得的 D_2 较大, 即:

$$D_2 = |Z_B - Z_2| = |0 - 6.1| = 6.1$$

(3) 在 AC 对角线外两侧各找一较小偏离值 -0.6 和 0, 求得的 D_3 较大, 即:

$$D_3 = \left| Z_A - \frac{Z_3 + Z_4}{2} \right| = \left| 5.6 - \frac{-0.6 + 0}{2} \right| = 5.9$$

(4) 在 BD 对角线外两侧各找一较大偏离值 5.6 和 8, 求得的 D_4 较大, 即:

$$D_4 = \left| Z_B - \frac{Z_3 + Z_4}{2} \right| = \left| 0 - \frac{5.6 + 8}{2} \right| = 6.8$$

取其中的最大值作为 f_2 , 即:

$$f_2 = \max [D_1, D_2, D_3, D_4] = D_3 = 6.8$$

3. 平面度误差近似值:

$$f' = \frac{f_{DL} + f_2}{2} = \frac{8.6 + 6.8}{2} = 7.7 \text{ (}\mu\text{m)}$$



附录 B
平面度误差测量应用示例
(参考件)

B1 本附录给出了按本标准进行平面度误差测量的部分应用示例，供实际应用中参考。

B2 将测量示值 a_{ij} 、 b_{ij} 和 c_{ij} 转换成坐标值 Z_{ij} 。

B2.1 将水平仪网格布点的测量示值 a_{ij} 转换成坐标值 Z_{ij} 的示例¹⁾。

注：1) 本示例仅说明从测量示值 a 转换成坐标值 Z_{ij} 的步骤与方法，为了简化，略去了闭合差的存在。有关闭合差的处理方法详见 B2.2。

示例 1：用分度值为 $\tau=0.01\text{mm/m}$ 的水平仪（或自准直仪）测量一个有效面积为 $1\,200\text{ mm}\times900\text{ mm}$ 工件的平面度误差，选定的分段数 $m=4$ ， $n=3$ ，桥板跨距 $L=300\text{ mm}$ ，各测量线示值 a_{ij} 见表 B 1。

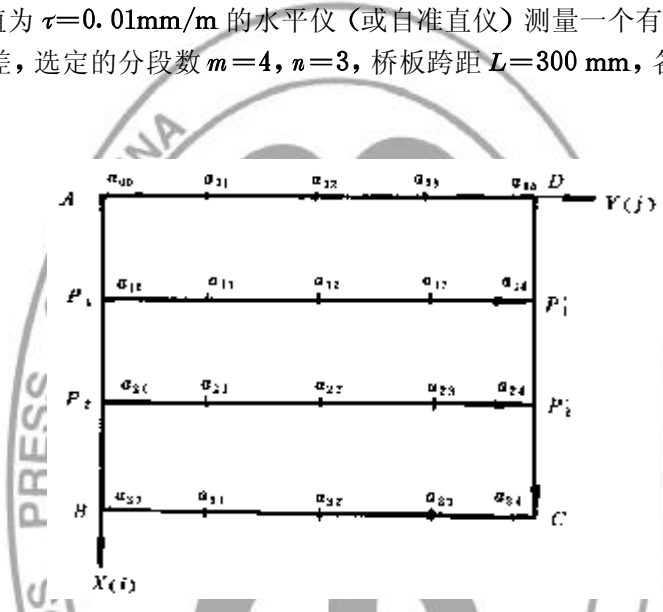


图 B1
表 B1

示值 (格)	序号							
	0	1	2	3	4	5	6	7
测量线								
$A\rightarrow B\rightarrow C$	—	+3	—2	+1	—1	+3	0	+2
$A\rightarrow D\rightarrow C$	—	+1	0	+1	+1	0	—1	+4
$P_1\rightarrow P_1'$	—	—2	0	+1	+1			
$P_2\rightarrow P_2'$	—	+1	—2	0	+2			

按 6.1.1 所述计算方法，求出各点坐标值 Z_{ij} 。

对 $A\rightarrow B\rightarrow C$ 测量线，由公式 (13) 知：

$$\begin{aligned} Z_{ij} &= \sum_{ij}^{(D)} a_{kr} = \sum_{ij}^{(ABC)} a_{kr} \\ Z_{00} &= a_{00} = 0 \\ Z_{10} &= a_{00} + a_{10} = 0 + 3 = 3 \\ Z_{20} &= a_{00} + a_{10} + a_{20} = Z_{10} + a_{20} = 3 + (-2) = 1 \end{aligned}$$

$$Z_{30}=Z_{20}+a_{30}=1+1=2$$
$$Z_{31}=Z_{30}+a_{31}=2+(-1)=1$$
$$Z_{32}=Z_{31}+a_{32}=1+3=4$$
$$Z_{33}=Z_{32}+a_{33}=4+0=4$$
$$Z_{34}=Z_{33}+a_{34}=4+2=6$$

对 $A \rightarrow D \rightarrow C$ 测量线,

$$Z_{01}=a_{00}+a_{01}=0+1=1$$
$$Z_{02}=Z_{01}+a_{02}=1+0=1$$
$$Z_{03}=Z_{02}+a_{03}=1+1=2$$
$$Z_{04}=Z_{03}+a_{04}=2+1=3$$
$$Z_{14}=Z_{04}+a_{14}=3+0=3$$
$$Z_{24}=Z_{14}+a_{24}=3-1=2$$
$$Z_{34}=Z_{24}+a_{24}=2+4=6$$

对 $P_1P'_1$ 、 $P_2P'_2$ 测量线,

$$Z_{11}=Z_{10}+a_{11}=3+(-2)=1$$
$$Z_{12}=Z_{11}+a_{12}=1+0=1$$
$$Z_{13}=Z_{12}+a_{13}=1+1=2$$
$$Z_{14}=Z_{13}+a_{14}=2+1=3$$
$$Z_{21}=Z_{20}+a_{21}=1+1=2$$
$$Z_{22}=Z_{21}+a_{22}=2+(-2)=0$$
$$Z_{23}=Z_{22}+a_{23}=0+0=0$$
$$Z_{24}=Z_{23}+a_{24}=0+2=2$$

转换后的坐标值 Z_{ij} 如图 B2 所示。

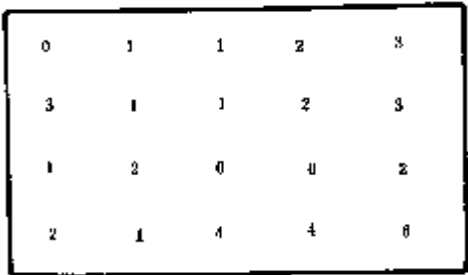


图 B2

B2.2 水平仪网格布点测量平差处理示例

示例 2: 用分度值 $\tau=0.01\text{mm/m}$ 的水平仪测量一有效面积为 $200\text{mm} \times 200\text{mm}$ 的工件, 选定的分段数 $m=n=2$, 桥板跨距 $L=100\text{mm}$, 各测量线示值见表 B2, 给定的平面度公差值 $t=10\mu\text{m}$ 。

表 B2

示值 (格) / 测量线 \ 序号					
	0	1	2	3	4
$A \rightarrow B \rightarrow C$	—	+3	+1	-1	-2
$A \rightarrow D \rightarrow C$	—	-2	-3	+4	+1
$P \rightarrow P'$	—	-2	-3		

按公式 (14) 求出 C 点闭合差 Δ ：

$$\begin{aligned}\Delta &= \sum^{(ABC)} a_{kr} - \sum^{(ADC)} a_{kr} \\ &= (0+3+1-1-2) - (-2-3+4+1) \\ &= 1 \text{ (格)}\end{aligned}$$

$$\Delta = \tau \cdot L \cdot \Delta \text{ (格)} = 0.01 \times 100 \times 1 = 1 \text{ (}\mu\text{m)}$$

根据公差值 t ，查 GB 11336《直线度误差检测》附录 A 表 A1，得总不确定度允许值 $\mu_0 = 2\mu\text{m}$ ，因 $\Delta < \mu_0$ ，则按 6.1.1 进行平差处理。

对 ABC 测量线，由公式 (16)： $a'_{ij} = a_{ij} - \frac{\Delta}{2(n+m)} = a_{ij} - \frac{1}{8}$ 可得平差处理后的各点示值：

$$-2\frac{7}{8} \quad \frac{7}{8} \quad -1\frac{7}{8} \quad -2\frac{7}{8}$$

对 ADC 测量线，由公式 (15)： $a'_{ij} = a_{ij} + \frac{\Delta}{2(m+n)} = a_{ij} + \frac{1}{8}$ 可得平差处理后的各点示值：

$$-1\frac{7}{8} \quad -2\frac{7}{8} \quad 4\frac{1}{8} \quad 1\frac{1}{8}$$

对 PP' 测量线，按公式 (18) 求出 P' 点闭合差 $\Delta P'$ ：

$$\begin{aligned}\Delta P' &= \sum^{(APP')} a_{kr} - \sum^{(ADP')} a_{kr} \\ &= (0+3-2-3) - (0-2-3+4) \\ &= -1 \text{ (格)}\end{aligned}$$

$$\Delta P' = \tau \cdot L \cdot (-1) = 0.01 \times 100 \times (-1) = -1 \text{ (}\mu\text{m)}$$

因 $|\Delta P'| = 1 < \mu_0$ ，故按式 (17) 进行平差处理：

$$a'_{ij} = a_{ij} - \frac{\Delta P'}{m+i} = a_{ij} - \frac{-1}{2+1} = a_{ij} + \frac{1}{3}$$

其处理后的各点示值为：

$$-1\frac{2}{3} \quad -2\frac{2}{3}$$

即各测量线示值 a'_{ij} 为：

表 B3

示值 (格) \ 序号	0	1	2	3	4
测量线					
A→B→C	—	$2\frac{7}{8}$	$\frac{7}{8}$	$-1\frac{7}{8}$	$-2\frac{7}{8}$
A→D→C	—	$-1\frac{7}{8}$	$-2\frac{7}{8}$	$4\frac{7}{8}$	$1\frac{1}{8}$
P→P'	—	$-1\frac{2}{3}$	$-2\frac{2}{3}$		

经平差处理后各测量线的示值 a'_{ij} 再按 6.1.1 所述的计算方法求出各点坐标值 Z_{ij} (参见示例 1)。

B2.3 水平仪、自准直仪对角线布点的测量示值转换成相对对角线平面坐标值的示例

示例 3: 用分度值为 $\tau=0.01\text{mm/m}$ 的水平仪 (或自准直仪) 测量一个有效面积为 $800\text{mm}\times600\text{mm}$ 的工件的平面度误差, 所选分段数 $m=4$, $n=3$, 对角线方向分段数 $n_D=5$, 桥板跨距 $L=200\text{mm}$, 各测量线示值 a_k 见表 B4。

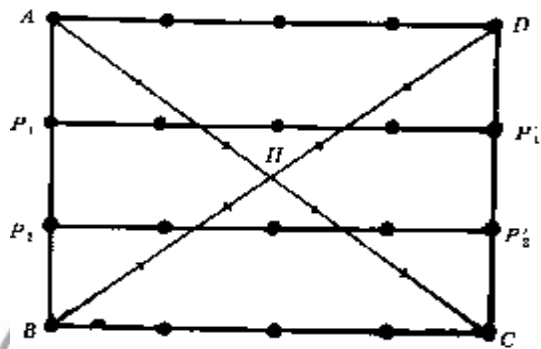


图 B3
表 B4

示值 (格)	测量线	序号					
		0	1	2	3	4	5
	A C	—	16	18	13	18	20
	B D	—	22	27	21	23	22
	A B	—	25	22	21		
	D C	—	28	31	32		
	A D	—	12	11	8	9	
	P ₁ P ₁ '	—	15	17	14	12	
	P ₂ P ₂ '	—	14	9	10	13	
	B C	—	13	16	19	16	

各测量线的相对示值见表 B5。

表 B5

相对示值 (格)	测量线	序号					
		0	1	2	3	4	5
	A C	—	0	+2	—3	+2	+4
	B D	—	0	+5	—1	+1	0

续表 B5

相对示值 (格) 测量线	序号 0	1	2	3	4	5
$A B$	—	0	—3	—4		
$D C$	—	0	+3	+4		
$A D$	—	0	—1	—4	—3	
$P_1 P_1'$	—	0	+2	—1	—3	
$P_2 P_2'$	—	0	—5	—4	—1	
$B C$	—	0	+3	+6	+3	

按公式 (22) 计算 AC 、 BD 测量线上各点相对其两端点连线的坐标值 Z'_i ：

$$Z'_i = \sum_{k=1}^i a_k - \frac{i}{n} \sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^i a_k - \frac{i}{5} \sum_{k=1}^5 a_k$$

其计算过程见表 B6：

表 B6

项目	序号 i	0	1	2	3	4	5
AC	$\sum_{k=1}^i a_k$	0	0	2	—1	1	5
	$\frac{i}{5} \sum_{k=1}^5 a_k$	0	1	2	3	4	5
	Z'_i	0	—1	0	—4	—3	0
BD	$\sum_{k=1}^i a_k$	0	0	5	4	5	5
	$\frac{i}{5} \sum_{k=1}^5 a_k$	0	1	2	3	4	5
	Z'_i	0	—1	3	1	1	0

因对角线分段数 $n_D=5$ ，为奇数，则按公式 (26) 计算中点 H 的高度差 ΔH ：

$$\begin{aligned}
 \Delta H &= \frac{1}{2} (Z'_{H+1} + Z'_{H-1})_{(AC)} - \frac{1}{2} (Z'_{H+1} + Z'_{H-1})_{(BD)} \\
 &= \frac{1}{2} (Z'_3 + Z'_2)_{(AC)} - \frac{1}{2} (Z'_3 + Z'_2)_{(BD)} \\
 &= \frac{1}{2} (-4 + 0) - \frac{1}{2} (1 + 3) \\
 &= -4
 \end{aligned}$$

故按公式 (27)、(28)，可得 A 、 B 、 C 、 D 四角点的坐标值：

$$Z_A = Z_{A'} = 0, \quad Z_C = Z_{C'} = 0$$

$$Z_B = Z_{B'} + \Delta H = 0 - 4 = -4$$

$$Z_D = Z_{D'} + \Delta H = 0 - 4 = -4$$

按公式 (19) 求出其余各测量线的坐标值 Z'_i ，并将其首末点进行平移或旋转，使之与已求得的相对角线平面的坐标值点相等，从而求出各点坐标值。详细过程见表 B7，旋转变换公式见公式 (30)、(31)。

表 B7

序号 i		0	1	2	3	4
项	目					
AB	$Z'_i = \sum_{k=1}^i a_k$	0	0	-3	-7	
	$Q_i = 1 \times i$	0	+1	+2	+3	
	Z_i	0	1	-1	-4	
DC	Z'_i	0	0		7	
	$Z'_i - 4$	-4	-4	-1	+3	
	$Q_i = (-1) \times i$	0	-1	-2	-3	
	Z_i	-4	-5	-3	0	
AD	Z'_i	0	0	-1	-5	-8
	$Q_i = 1 \times i$	0	1	2	3	4
	Z_i	0	1	1	-2	-4
$P_i P'_i$	Z'_i	0	0	2	1	-2
	$Z'_i + 1$	1	1	3	2	-1
	$Q_i = (-1) \times i$	0	-1	-2	-3	-4
	Z_i	1	0	1	-1	-5
	Z'_i	0	0	-5	-9	-10
$P_2 P'_2$	$Z'_i - 1$	-1	-1	-6	-10	-11
	$Q_i = 2 \times i$	0	2	4	6	8
	Z_i	-1	1	-2	-4	-3

续表 B7

项 目 \ 序 号 i		0	1	2	3	4
BC	Z_i'	0	0	3	9	12
	$Z_i'-4$	-4	-4	-1	5	8
	$Q_i=-2\times i$	0	-2	-4	-6	-8
	Z_i	-4	-6	-5	1	0

各测得点相对对角线平面的坐标值 Z_{ij} 见图 B4。

0	1	1	2	-4
1	0	1	-1	-5
-1	1	-2	-4	-3
-4	-6	-5	-1	0

图 B4

B2.4 表桥、跨步仪测量，按对角线布点的示值 b_{ij} 、 c_{ij} 转换成相对对角线平面坐标值的过程与 B2.3 示例 3 类似。

B3 求平面度误差值示例

B3.1 按最小包容区域法评定

求出的一组坐标值 Z_{ij} 如图 B5 所示，单位为微米，分别按 6.2.1 给出的方法求平面度误差值 f_{MZ} 。

0	40	-10
-30	70	-15
10	-50	20

图 B5

B3.1.1 变换作图法

变换作图步骤：

(1) 从各坐标值 Z_{ij} 中选出两个最低点 $Z_{10}=-30$ ， $Z_{21}=-50$ ，并将它们旋转变换成等值，见图 B6。其余各点作相应变换；

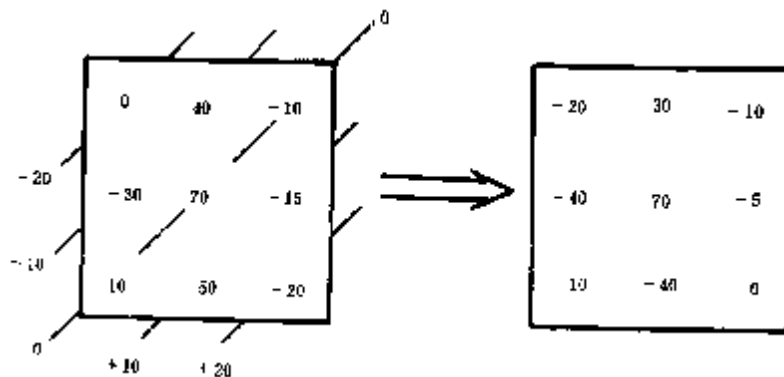


图 B 6

(2) 作两个最低点 (—40) 连线的垂面 XOZ , 见图 B7, 并将其余各点按图示比例进行投影;

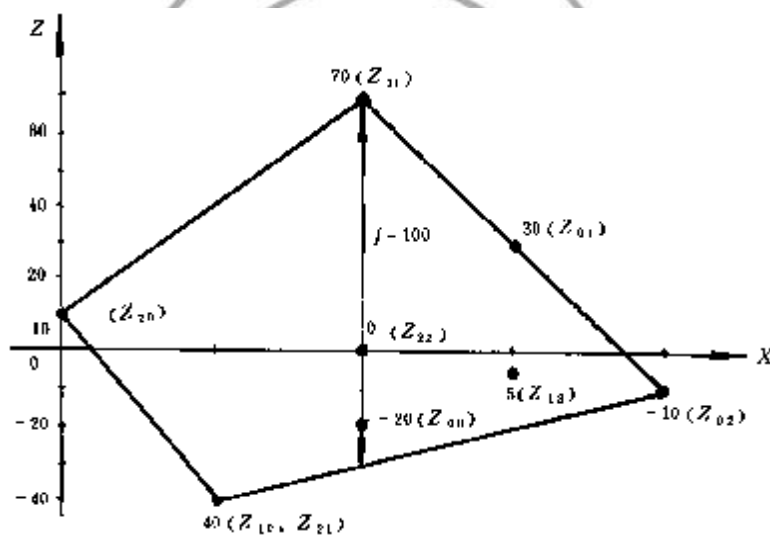


图 B 7

(3) 作投影点的外接多边形, 该多边形为凸多边形, 且三个低极点 Z_{10} (—40)、 Z_{21} (—40) 和 Z_0 (—10) 与其间的高极点 Z_{11} (70) 符合三角形准则, 则该多边形在 Z 方向的最大距离 $f=100\mu\text{m}$ 即为平面度误差值 $f_{\text{MZ}}=100\mu\text{m}$ 。

B3.1.2 旋转变换法

旋转变换步骤:

(1) 根据测得点坐标值, 判断被测面可能符合三角形准则。将其中两可能的低极点 $Z_{10}=-30$, $Z_{21}=-50$ 旋转变换成等值 —30, 并同时变换其余各点, 见图 B8。此时已符合三角形准则, $Z_{\text{max}}=70$, $Z_{\text{min}}=-30$;

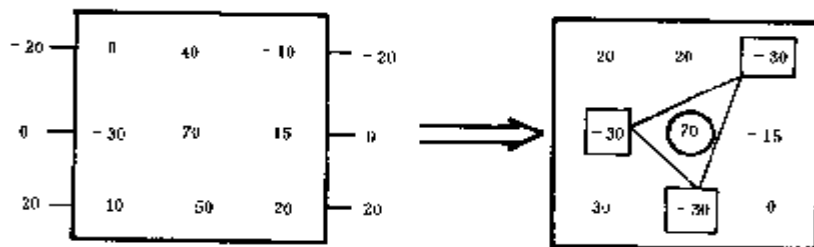


图 B 8

(2) 平面度误差值 $f_{MZ} = Z_{\max} - Z_{\min} = 70 - (-30) = 100 \mu\text{m}$ 。

B3.1.3 极点计算法

计算步骤:

(1) 由经验可判断该被测面的极点可能符合三角形准则, Z_{10} 、 Z_{21} 、 Z_{02} 为一组可能的低极点; Z_{10} 、 Z_{21} 、 Z_{12} 为另一组可能的低极点, Z_{11} 为高点, 见图 B9a);

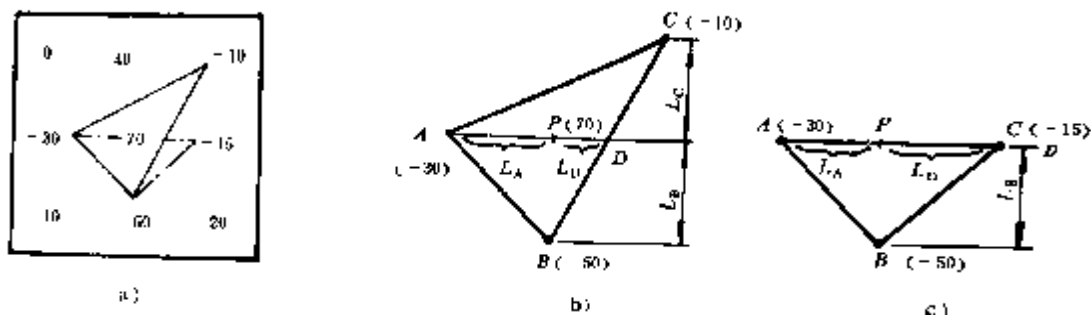


图 B9

(2) 按公式 (42) 计算这两组可能的极点的平面度误差值, 其中最大者为所求平面度误差值 f_{MZ} 。对 Z_{10} 、 Z_{21} 、 Z_{02} 、 Z_{11} 极点, 见图 B9b):

$$Z_D = \frac{Z_B L_C + Z_C L_B}{L_B + L_C} = \frac{-50 \times 1 + (-10) \times 1}{1 + 1} = -30$$

$$f_{MZ1} = \left| \frac{Z_A L_D + Z_D L_A}{L_A + L_D} - Z_P \right| = \left| \frac{-30 \times \frac{1}{2} + (-30) \times 1}{\frac{1}{2} + 1} - 70 \right| = 100 \mu\text{m}$$

对 Z_{10} 、 Z_{21} 、 Z_{12} 、 Z_{11} 极点, 见图 B9c):

$$Z_D = \frac{Z_B L_C + Z_C L_B}{L_B + L_C} = \frac{-50 \times 0 + (-15) \times 1}{1 + 0} = -15$$

$$f_{MZ2} = \left| \frac{Z_A L_D + Z_D L_A}{L_A + L_D} - Z_P \right| = \left| \frac{-30 \times 1 + (-15) \times 1}{2} - 70 \right| = 92.5 \mu\text{m}$$

则 $f_{MZ} = \max [f_{MZ1}, f_{MZ2}] = f_{MZ1} = 100 \mu\text{m}$

Z_{10} 、 Z_{21} 、 Z_{02} 、 Z_{11} 为该被测面之极点。

B3.2 按最小二乘法评定

被测平面的坐标值与 B3.1 示例相同。因 X 、 Y 方向各点间距相等, 为便于计算, 将最小二乘中心平面坐标系的原点移于被测平面中心处, 见图 B 10, 且用各点序号代替 X_i 、 Y_j 。

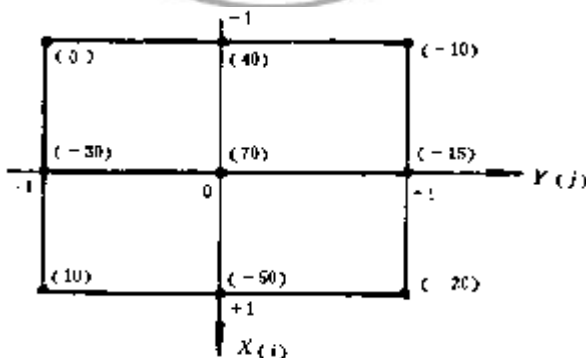


图 B10

按公式 (48)、(49) 计算 p 、 q ，其过程详见表 B8，其中：

$$\bar{Z} = \frac{\sum_{i=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \sum_{j=-\frac{m}{2}}^{\frac{m}{2}} Z_{ij}}{(m+1)(n+1)} = \frac{\sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-1}^1 Z_{ij}}{(2+1)(2+1)} = \frac{[0+40+(-10)+(-30)+70+(-15)+10+(-50)+(-20)]}{9}$$

$$= -0.56$$

$$Z''_{ij} = Z_{ij} - \bar{Z}$$

表 B 8

Z''_{ij} $i \backslash j$	-1	0	1	$\sum_{j=-1}^{+1} Z''_{ij}$	$i \sum_{j=-1}^{+1} Z''_{ij}$	$\sum_i \sum_j Z''_{ij}$
-1	0.56	40.56	-9.44	31.68	-31.68	
0	-29.44	70.56	-14.44	29.68	0	
+1	10.56	-49.44	-19.44	-58.32	-58.32	
$\sum_{i=-1}^{+1} Z''_{ij}$	-18.32	61.68	-43.32			
$j \sum_{i=-1}^{+1} Z''_{ij}$	18.32	0	-43.32			-25
$\sum_i \sum_j Z''_{ij}$					-90	

则

$$p = \frac{12 \sum_i \sum_j Z''_{ij}}{n(n+1)(n+1)(n+2)} = \frac{12 \times (-90)}{2(2+1)(2+1)(2+2)} = -15$$

$$q = \frac{12 \sum_j \sum_i Z''_{ij}}{m(n+1)(m+1)(m+2)} = \frac{12 \times (-25)}{2(2+1)(2+1)(2+2)} = -4.17$$

由公式 (50)、(47) 可得 Z'_{ij} 和 D_{ij} ，即

$$Z'_{ij} = p \cdot i + q \cdot j$$

$$D_{ij} = Z_{ij} - Z'_{ij}$$

其结果见表 B 9：

表 B9

Z'_{ij}/D_{ij} $i \backslash j$	-1	0	+1
-1	$\frac{19.17}{-19.17}$	$\frac{15}{25}$	$\frac{10.83}{-20.83}$
0	$\frac{4.17}{-34.17}$	$\frac{0}{70}$	$\frac{-4.17}{-10.83}$
+1	$\frac{-10.83}{20.83}$	$\frac{-15}{-35}$	$\frac{-19.17}{-0.83}$

$D_{\max}=70$, $D_{\min}=-35$, 则

$$f_{LS}=D_{\max}-D_{\min}=70-(-35)=-105\mu\text{m}$$

B3.3 按对角线平面评定

被测平面的坐标值与 B3.1 示例相同, 选择旋转变换法求 f_{DL} 。

旋转变换步骤:

- (1) 选择 Z_{00} 、 Z_{22} 连线为转轴, 使 Z_{20} 、 Z_{02} 等值, 见图 B 11a), b);
- (2) 选择 Z_{20} 、 Z_{02} 为转轴, 使 Z_{00} 、 Z_{22} 等值, 见图 B 11b), c);

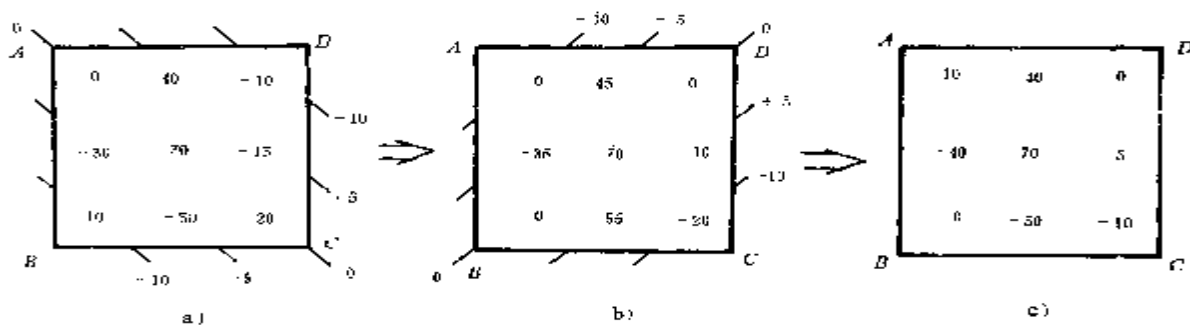


图 B 11

- (3) $f_{DL}=Z_{\max}-Z_{\min}=70-(-50)=120\mu\text{m}$ 。

B3.4 按三远点平面评定

被测平面的坐标值与 B3.1 示例相同, 选择旋转变换法求 f_{TP} 。

- (1) 选择 A (Z_{00})、 B (Z_{20})、 D (Z_{02}) 三点构成 S_{TP} , 即将 $A B D$ 三点转为等值, 其过程见图 B 11a)、b), 则

$$f_{DL}=Z_{\max}-Z_{\min}=70-(-55)=125\mu\text{m}$$

- (2) 选择 A (Z_{00})、 B (Z_{20})、 C (Z_{22}) 三点构成 S_{TP} , 其过程见图 B 12。

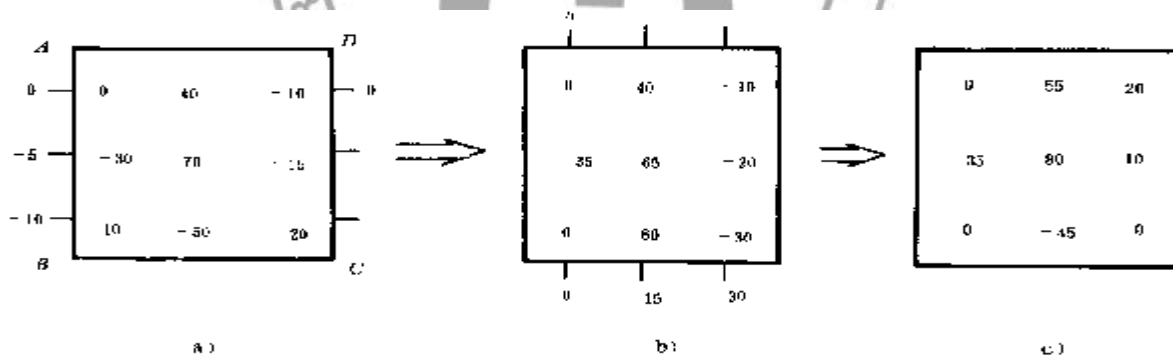


图 B 12

则 $f_{TP}=Z_{\max}-Z_{\min}=80-(-45)=125\mu\text{m}$

- (3) 选择 $B C D$ 三点构成 S_{TP} , 其过程见图 B 13。

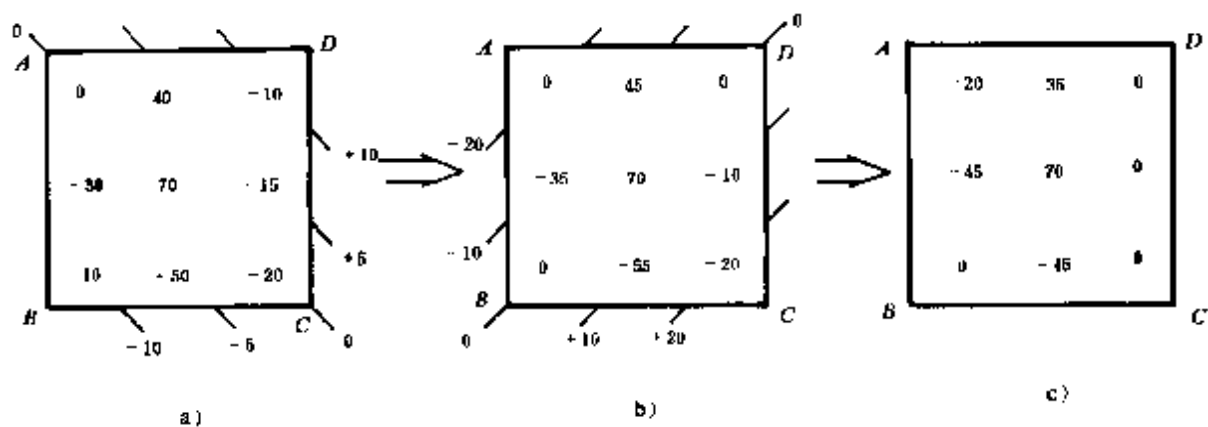


图 B13

则 $f_{TP} = Z_{\max} - Z_{\min} = 70 - (-45) = 115\mu\text{m}$

此例说明按三远点平面 S_{TP} 其结果具有不唯一性。

附加说明：

本标准由中华人民共和国机械电子工业部提出。

本标准由全国形状和位置公差标准化技术委员会归口。

本标准由机械电子工业部机械标准化研究所负责起草。

本标准主要起草人杨列群、宋芸、陈志东、刘景玉、施云鹄。